विषय-सूची

1. भूमिगत संरचनाओं से ऊष्मान्तरण

महेन्द्र सिंह सोढ़ा ... 1

2. पश्चिमी राजस्थान के बाडमेर जिले के भूजल का जलरासायनिक अध्ययन

डी० डी० ओझा तथा पी० सी० जैन ... 15

3. हाइपरज्यामितीय फलन वाले नई श्रेणी के समाकल

गीता शर्मा तथा अर्जुन के० राठी ... 25

4. मिश्रित रुद्धक पृष्ठ हेतु अभिकल्प का विकास

आई० आर० आर्य तथा एम० सी० हरित ... 31

5. संहृत दूरीक समष्टि पर स्थिर बिन्दु प्रतिचित्रण

सुशील शर्मा तथा रवि डावर ... 41

6. व्युत्पन्न फूरियर श्रेणी की (Z_p, λ_m) संकलनीयता

देवेश कुमार वर्मा ... 47

7. पतरातू क्षेत्र में जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था का सर्वेक्षण

चतुर्भुज साहु .. 53

8. नैफ्थेलीन-वाष्प में जोशी प्रभाव के विभव-उत्क्रमण की किरणन की तीव्रता तथा आवृत्ति पर निर्भरता

जगदीश प्रसाद ... 59

9. कीट वृद्धि अवरोधक पेन्फ्लूरॉन का सूंडी सेवन विधि द्वारा यूप्रोक्टिस इसीलिया स्टाल कीट पर बांझपन तथा जनन क्षमता का प्रभाव

मो० मक़सूद खाँ ... 67

10. फूरियर श्रेणी (N, pn) माध्य द्वारा फलन का सन्निकटन

कु० प्रीति पीपलीवाल तथा अर्चना ब्यौहार ... 73

11. घरेलू वाहित मल-जल एवं अवमल की गुणवत्ता का अध्ययन

शिव गोपाल मिश्र तथा दिनेश मणि ... 83

12. पिपरैजीन तथा ऐरिल आक्सी ऐल्केन कार्बोक्सिलिक अम्लों के बिसऐमाइडों का संश्लेषण तथा उनकी जैव सक्रियता

जे० एस० चौहान, जया चौहान तथा सन्तोष कुमार ... 91

13. अवमल का मसूरी राक फास्फेट के साथ शलजम की फसल पर प्रभाव

शिवगोपाल मिश्र तथा सुनील दत्त तिवारी ... 97

14. उपगामी क्रम विनिमयी प्रतिचित्रणों हेतु 2-दूरीक समष्टि में एक स्थिर बिन्दु प्रमेय

नीलिमा शर्मा तथा पी० एल० शर्मा ... 103

भूमिगत संरचनाओं से ऊष्मान्तरण

महेन्द्र सिंह सोढ़ा
देवी अहिल्या विश्वविद्यालय, इन्दौर

सारांश

भूमिगत संरचनाओं (यथा भूमिगत भवन, बर्मित भवन, तहखाना, शीतल भंडार, बायोगैस संयंत्र, पाइप लाइन, भूमिगत रेलवे लाइन आदि) के ऊष्मिक मूल्यांकन के लिए संरचना एवं भूमि से ऊष्मान्तरण का प्राक्कलन आवश्यक है। इस शोधपत्र में विभिन्न आकृति की संरचनाओं और भूमि की सतह के ताप की स्थायी और कालिक अवस्थाओं के लिए ऊष्मान्तरण का प्राक्कलन करने में प्रयुक्त विविध वैश्लेषिक आंकिक और प्रायोगिक अनुरूपक विधियों की विवेचना की गई है।

1. परिचय

भूमिगत संरचनाओं (उदाहरणार्थ भूमिगत भवन, बर्मित भवन, तहखाना, शीतल भंडार, भूमिगत बायोगैस संयंत्र, पाइप लाइन, भूमिगत रेलवे लाइन आदि) के ऊष्मिक मूल्यांकन के लिये संरचना एवं भूमि में ऊष्मान्तरण का प्राक्कलन आवश्यक है।

भूमि समाकलित संरचना और भूमि में ऊष्मान्तरण जटिल त्रिआयामी प्रक्रिया है। इसे समझने के लिये भूमि ताप $T(x, y, z, t)$ के त्रिआयामी ऊष्मा संवहन समीकरण का हल आवश्यक है :

$$\underline{\nabla}.(k_g \underline{\nabla} T) = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \tag{1}$$

ऊष्मीय चालकता k_g भूमि की संरचना (जल तथा वायु मिला कर) पर निर्भर करती है और समय के साथ परिवर्तित होती है। इसी प्रकार घनत्व ρ तथा विशिष्ट ऊष्मा C भी आर्द्रता पर निर्भर होने के कारण समय के साथ परिवर्तित होते रहते हैं।

भवन की ज्यामिति के संगत परिसीमा प्रतिबंधों के साथ इस समीकरण का हल अत्यंत कठिन है। अतः लगभग सभी शोधकर्ताओं ने भूमि को समांग, समदिक एवं स्थिर गुणों वाली मान कर समीकरण के सरल रूप का हल निकाला है।

$$\nabla^2 T = (1/\alpha) \frac{\partial T}{\partial t} \tag{2}$$

जहाँ $a = k_g/\rho_g c_g$ भूमि की ऊष्मिक विसरणीयता है। भवन की विभिन्न ज्यामितियों के लिये, समीकरण (2) का भी हल निकालना कठिन है। अधिकतर ऊष्मान्तरण के विश्लेषणों में समीकरण (2) का एक आयामी रूप ही प्रयुक्त हुआ है। किसी भी यथार्थ विश्लेषण में समीकरण के कम से कम द्विआयामी रूप का प्रयोग आवश्यक है। अधिकतर अवस्थाओं में त्रिआयामी रूप ही सम्मिलित है।

ऊष्मीय संवहन समीकरण के स्थायी तथा कालनिर्भर हल ज्यामिति के उच्च सममित की संरचनाओं (जैसे गोला तथा अनन्त बेलन) के लिये प्राप्त कर लिये गये हैं[1–4]। न्यूनतर सममिति की अवस्था में भी स्थायी तथा कालनिर्भर आंकिक हल प्राप्त किये जा सकते हैं किन्तु इसके लिये अधिक संगणन समय की आवश्यकता होती है[5–8]। अतः इन अवस्थाओं में ऊष्मान्तरण को ज्ञात करने के लिये सरल अनुरूपिक विधियाँ उपयोगी होती हैं।

2. स्थायी ऊष्मान्तरण

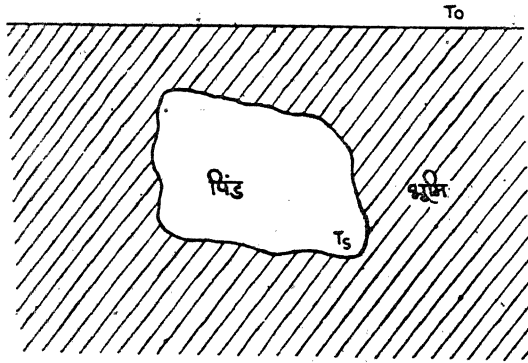
भूमि तथा संरचना (चित्र 1) के ऊष्मान्तरण $\dot{Q}$ को निम्न समीकरण द्वारा निरूपित किया जा सकता है[5,9]

$$\dot{Q} = k_g a F (T_s - T_1) \tag{3}$$

जहाँ a संरचना-भूमि निकाय की लाक्षणिक लंबाई है,

F रूप गुणांक है जो भूमि-संरचना निकाय के रूप पर (माप पर नहीं) निर्भर है,

T_1 पृथ्वी की समतल सतह का ताप है

तथा T_s संरचना की बाहरी सतह का ताप है।

चित्र 1 : भूमि पिंड निकाय

इसी प्रकार यदि एक चालक पिंड अर्धअनन्त विद्युदपारक माध्यम में स्थित हो तो, विद्युदपारक की समविभव समतल सतह तथा पिंड में विभवान्तर स्थापित करने के लिये आवेशान्तरण

$$Q = C(V_1 - V_2)\,;\ C = \epsilon a F \tag{3A}$$

जहाँ माध्यम की विद्युदपारक, पारगम्यता तथा C निकाय की धारिता है।

इसी प्रकार यदि पिण्ड चालक माध्यम में स्थित हो तो पिण्ड तथा माध्यम की समविभव समतल सतह के बीच विद्युद धारा I का मान होगा

$$I=\sigma\, a\, F(V_1-V_2) \tag{3B}$$

जहाँ σ माध्यम की विद्युतचालकता है।

रूप गुणांक F ज्ञात करने की दो मुख्य विधियाँ हैं।

2.1 वैश्लेषिक विधि

2.1.1.1 भूमिगत गोला

अर्धव्याम a के दो गोलों (जिनके केन्द्र $2l_1$ दूरी पर हैं) के निकाय की विद्युतधारिता के आव्यूह-अवयव, लेबडेव इत्यादि[10] ने ज्ञात किये हैं। इन अवयवों का उपयोग करके अर्धव्यास a के एक गोले की विद्युत-धारिता (जिसका केन्द्र एक अनन्त चालक चादर से दूरी l_1 पर स्थित है) निम्नलिखित समीकरण द्वारा निरूपित की जा सकती है—

$$C=4\pi\epsilon a\left\{\tfrac{1}{2}+\sum_{n=1}^{a}\exp(-\eta\beta).(1+\cosh\eta\beta)\sinh\beta/\sinh\eta\beta\right\} \tag{4}$$

जहाँ

$$\cosh\beta=l_1/a$$

कोर्सन तथा लोरेन[11] ने एक भिन्न मार्ग अपनाया। बिम्ब की विधि तथा क्रमिक सन्निकटीकरण का उपयोग कर इन शोधकर्ताओं ने भी धारिता के लिये व्यंजक प्राप्त किया है। इस व्यंजक तथा समीकरण (4) से प्राप्त धारिता के मान अत्यंत सन्निकट हैं।

रूप गुणांक F, समीकरण (3) के उपयोग से प्राप्त निम्नलिखित समीकरण से ज्ञात हो सकता है—

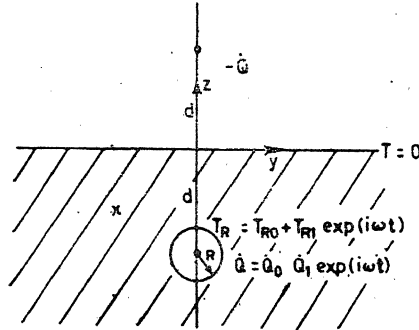
$$F=C/\epsilon a \tag{4A}$$

2.1.1.2 भूमिगत समतल अक्ष वाला अनन्त बेलन या पाइप

यदि बेलन का अर्धव्यास, अक्ष की गहराई से बहुत कम हो तो पिण्ड को एक रेखा से निरूपित किया जा सकता है। यदि रेखा पिंड उच्चतम सतह $z=0$ और y अक्ष के समान्तर तथा सतह $z=0$ से दूरी d पर हो तथा शक्ति $\dot{q}$ की प्रति एकक लंबाई, उत्सर्जित करता हो तो किसी बिन्दु (x, y, z) पर ताप T निम्नलिखित समीकरण से निरूपित होता है

$$T(x, y, z)=\frac{-\dot{q}}{2\pi k_g}\ln\sqrt{(x^2+(z-d)^2)}+\text{स्थिरांक}$$

माध्यम अर्ध अनन्त है और इसकी उच्चतम सतह $z=0$ का ताप $T=0$ (कोई अन्य मान से फल में कोई अंतर नहीं होगा) है। यह सीमा प्रतिबंध एक अन्य रेखापिंड (जो y अक्ष के समानान्तर समतल $z=-d$ में स्थित हो तथा शक्ति $-\dot{q}$ प्रति एकक लम्बाई उत्सर्जित करता हो) की कल्पना के अनुकूल है। अतः वास्तविक एवं काल्पनिक रेखा पिंडों के कारण बिन्दु (x, y, z) पर ताप निम्नलिखित समीकरण द्वारा प्रतिपादित किया जा सकता है—

$$T(x, y, z)=\frac{\dot{q}}{2\pi k_g}\ln\frac{\sqrt{(x^2+(z+d)^2)}}{\sqrt{(x^2+(z-d)^2)}}$$

चित्र 2 : पृथ्वी की सतह से d गहराई पर बिन्दु स्रोत और उसके प्रतिबिम्ब का रेखाचित्र

यदि एक $a(\ll d)$ अर्धव्यास के सुचालक बेलन की सतह पर ताप T_R है, और बेलन का अक्ष सरल रेखीय है तो बेलन की सतह पर $\sqrt{(x^2+(z-d)^2)}=a$ तथा $\sqrt{(x^2+(z-d)^2)}=\sqrt{(x^2+d)^2)}\approx 2d$ क्योंकि सतह पर z की सीमायें $(d+a)$ से $(d-a)$ तक हैं। अतः

$$T_R=\frac{\dot{q}}{2\pi k_g}\ln\frac{2d}{a} \tag{5A}$$

और

$$F=\frac{\dot{q}}{k_g T_R}=\frac{2\pi}{\ln(2d/a)} \tag{5B}$$

समीकरण (5B) द्वारा व्यक्त फलन F का रूप रखने पर समीकरण (3) के अनुरूप, $a=1$ रखने से हो जाता है जो उचित ही है क्योंकि $\dot{q}$ शक्ति प्रति इकाई लंबाई है।

2.1.1.3 भूमि के ऊपर स्थित चक्रिका तथा अनंत पत्रक (परिमित चौड़ाई) से ऊष्मान्तरण

क्लीसन तथा एफर्ट्रिग[5] ने रूप गुणांक के लिये निम्नलिखित फल प्राप्त किये हैं।

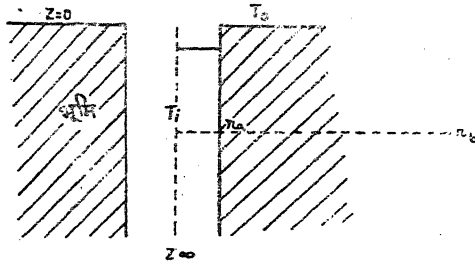
अनन्त पत्रक $F=(4/\pi)$ विशिष्ट लम्बाई पट्टिका की चौड़ाई

चक्रिका $F=(3\pi^2/4$ विशिष्ट लम्बाई चक्रिका का अर्धव्यास

2.1.14 पृथ्वी में अनन्त ऊर्ध्वाधर बेलनीय विवर

अपरिवर्तित अवस्था के संगत (चित्र 3) सीमा प्रतिबंध है ।

$$-k_h(\partial T/\partial r)_{\gamma=\gamma a}=h_i[T_i-T(r=a)];$$

$$-k_g\left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)_{z=0}=h_0[T_0-T(z=0)];-k_g\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=\gamma b,}=0$$

चित्र 3 : ऊर्ध्वाधर पाइप निकाय

उपर्युक्त सीमा प्रतिबंधों के साथ समीकरण (2) का हल सोढा इत्यादि[12] ने श्रेणी के रूप में प्राप्त किया है । अंतिम सीमा प्रतिबंध में γ_b अनन्त होना चाहिये पर आंकिक समाधान की सुविधा लिये γ_b को परिमित माना गया है । T_0 सौर वायु ताप प्रदर्शित करता है और T_i विवर में वायु का ताप है । h_i तथा h_0 ऊष्मान्तर गुणांक हैं ।

2.1.2 कालिक ऊष्मान्तरण

कालिक परिवर्तन की अवस्था में माध्यम में ताप T तथा ऊष्मान्तरण $\dot{Q}$ को निम्नवत निरूपित किया जा सकता है—

तथा

$$\left.\begin{aligned}T&=T_1\exp(i\omega t)\\ \dot{Q}&=\dot{Q}_1\exp(i\omega t)\end{aligned}\right\}\quad(6)$$

इस अवस्था में ऊष्मा संवहन (2) निम्नलिखित रूप धारणा कर लेता है—

$$\left.\begin{aligned}\nabla^2T_1=\beta^2T_1&=(i\eta_1+k_1)^2.T_1\\ \eta_1=k_1&=(\omega/2\alpha)^{1/2}\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

जिसका सरल ज्यामितियों में वैश्लेषिक हल संभव है ।

2.1.2.1 भूमिगत गोला

यदि एक बिन्दु स्रोत से ऊष्मा का उत्सर्जन समीकरण (6) द्वारा निरूपित हो तो ताप का वितरण

$$T(r, t)=\frac{\dot{Q}}{4\pi k_g} \cdot \frac{1}{\gamma}\exp\{i(\omega t-\beta\gamma)\}$$

जहाँ

$$T(r, t)\to 0 \text{ जब } \gamma\to\infty. \tag{8}$$

भूमि की सतह $(z=0)$ पर ताप $T=0$ के सीमा प्रतिबंध को इस सतह से दूरी d पर स्थित $-\dot{Q}$ के एक बिम्ब ऊष्मा स्रोत की कल्पना से संतुष्ट किया जा सकता है। अतः ताप का वितरण निम्नलिखित समीकरण से निरूपित होगा—

$$T=\frac{\dot{Q}_1}{4\pi k_g}\left(\frac{e^{-\beta\gamma}}{\gamma}-\frac{e^{-\beta\gamma'}}{\gamma'}\right) \tag{8A}$$

जहाँ γ और γ' बिन्दु से गोलों के केन्द्रों की दूरियाँ हैं।

यदि सतह $(z=0)$ का ताप शून्य न होकर $T_{s_1}\exp(i\omega t)$ हो तो ताप का वितरण

$$T=T_{s_1}\exp(i(\omega t-\beta z)+\frac{\dot{Q}}{4\pi k_g}\left(\frac{e^{-\beta\gamma}}{\gamma}-\frac{e^{-\beta\gamma'}}{\gamma'}\right) \tag{8B}$$

यदि बिन्दु स्रोत पर केन्द्र तथा त्रिज्या a का उच्च ऊष्मा चालकता का एक गोला गहराई d पर स्थित हो तो गोले की सतह $(\gamma=0)$ पर ताप $T(a,t)$ निम्न समीकरण से व्यक्त किया जायेगा :

$$T(a, t)=T_{s1}.\exp\{i(\omega t-\beta z)\}+(\dot{Q}_1/4\pi k_g)\left\{\frac{e^{-\beta a}}{a}-\frac{e^{-2\beta d}}{2d}\right\} \tag{8C}$$

क्योंकि गोले की सतह पर $\gamma=a$, $z\approx d$ और $\gamma'=2d$.

2.1.2.2 भूमिगत समतल अक्ष वाला बेलन या पाइप

एक भूमिगत समतल अनन्त रेखा स्रोत जिससे $\dot{q}=\dot{q}_1\exp(i\omega t)$ प्रति इकाई लम्बाई शक्ति उत्सर्जित होती है के कारण ताप वितरण, समीकरण (7) के हल से प्राप्त हो सकता है। अतः (3) बेलनीय निर्देशांकों में

$$T(r, t)=t\,\frac{q_1'}{2\pi k_g}\,N_0(\gamma')\exp\{i(\omega t+\phi_0(\gamma')\} \tag{9A}$$

जहाँ $\gamma'=r\sqrt{(\omega/a)}$ तथा और N_0 और ϕ_0 शून्य कोटि के केल्विन फलन के मापांक तथा कला हैं।

स्रोत को अक्ष मान कर, त्रिज्या r के बेलन की सतह से प्रति इकाई लम्बाई उत्सर्जित शक्ति है

$$-2\pi r k_g \frac{\Gamma}{\partial r} = \dot{q}_1'' F(r') \exp\{i[\omega t - G(r')]\}, \tag{9B}$$

यदि ऊपर बताई शक्ति $\gamma = R$ (पाइप की त्रिज्या) पर $\dot{q}_1 \exp(i\omega t)$ हो, तो समीकरण (9A) और (9B) का उपयोग कर

$$T(r, t) = \frac{\dot{q}_1}{2\pi k_g} \cdot \frac{N_0(r')}{F(R')} \exp\{i[\omega t + \varphi_0(r') + G(r')]\},$$

$$= (\dot{q}_1/2\pi k_g) A(r') \exp\{i[\omega t - B(R')]\} \tag{9C}$$

प्राप्त होता है।

पाइप की सतह $(\gamma = R)$ पर ताप होगा

$$T(R, t) = \frac{\dot{q}_1}{2\pi k_g} A(R') \exp\{i[\omega t - B(R')]\} \tag{9D}$$

भूमि की सतह (जो ताप $T_{01} \exp(i\omega t)$ पर है) का प्रभाव $-\dot{q}_1 \exp(i\omega t)$ के प्रति इकाई लम्बाई शक्ति के, ऊष्मा बिम्ब (जो सतह से d दूरी पर ऊपर है) से प्राप्त किया जा सकता है। बिम्ब स्रोत को अक्ष मान कर मूल बेलन की सतह के लिये $r'' \approx 2d$। अतः बेलन की सतह पर ताप होगा

$$T_B(t) = (\dot{q}_1/2\pi k_g) A(R') \exp\{i[\omega t - B(R')]\}$$

$$-(\dot{q}_1/2\pi k_g) N_0(2d') \exp\{i(\omega t + \phi_0(2d')\}$$

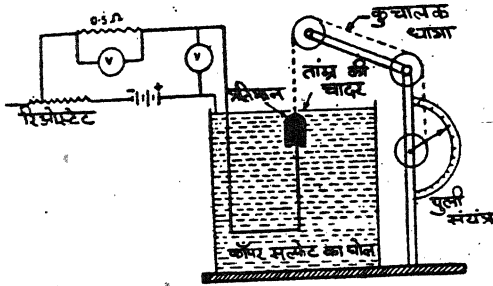
$$+T_{01} \exp i[\omega t - d'] . \exp(-d') \tag{10}$$

T_B तथा T_{01} के ज्ञान से $\dot{q}_1$ प्राप्त किया जा सकता है।

2.2 अनुरूप विधि

2.2.1 विद्युत अनुरूप विधि

समीकरण (3B) का उपयोग कर रूप गुणांक F प्राप्त करने के लिये विद्युत अनुरूप प्रयोग किये जा सकते हैं। आगे सोढ़ा तथा सहयोगियों[13] के इस संदर्भ में हुए प्रयोगों की चर्चा की जायेगी। विद्युत अनुरूप प्रयोगों में भूमिगत पिंड का लघु पैमाने पर बने ताम्र प्रतिमान को बड़ी क्षमता वाले (500

लीटर) प्लास्टिक पात्र में रखे कापर सल्फेट के घोल में कुचालक धागे द्वारा लटकाया जाता है (चित्र 4)। प्रतिमान के आयाम इस प्रकार होने चाहिये कि घोल का वृहद आयतन अर्धं अनन्त माध्यम के समान माना जा सके। कापर सल्फेट घोल की सतह ताम्र की चादर के संपर्क में रहती है। उपयुक्त गरारी संयंत्र की सहायता से प्रतिमान की घोल में गहराई 1 m.m. की परिशुद्धता के साथ परिवर्तित की जा

चित्र 4 : विद्युत अनुरूप प्रयोग

सकती है। एक बैटरी द्वारा ताम्र की चादर तथा प्रतिमान के मध्य ज्ञात विभवांतर स्थापित किया जाता है तथा विद्युद धारा को परिपथ में लगे 0.5Ω के मानक प्रतिरोध पर विभवांतर आंकिक वोल्टमीटर द्वारा मापकर ज्ञात किया जाता है। इस प्रयोग में

(अ) कॉपर सल्फेट का घोल अर्धं अनन्त भूमि का अनुरूप है।

(ब) ताम्र की चादर, समताप भूमि की सतह का अनुरूप है।

(स) घोल में डूबा प्रतिमान, भूमिगत पिण्ड का अनुरूप है।

(द) घोल में विद्युद विभव वितरण भूमि में ताप वितरण का अनुरूप है।

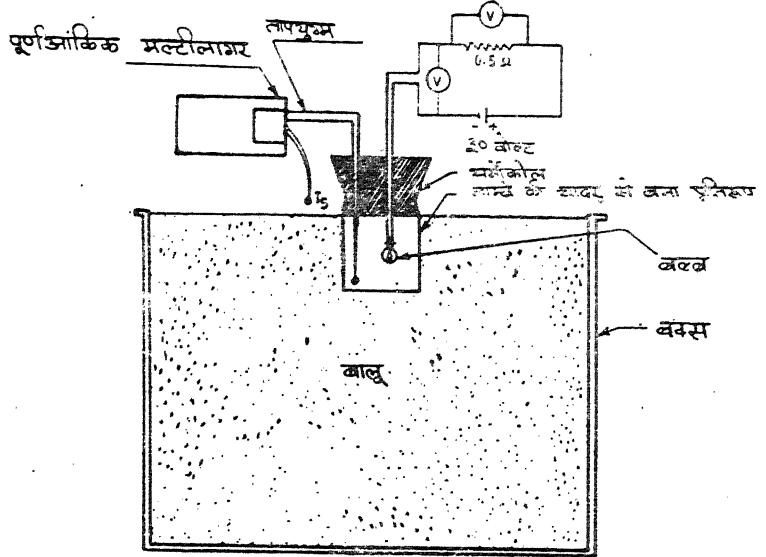
(इ) परिपथ में विद्युत धारा, भूमि तथा पिण्ड में ऊष्मान्तरण के अनुरूप हैं।

घोल की विद्युत चालकता, संवाहिता सेतु द्वारा मापी जा सकती है।

धारा, चालकता, विभवांतर और विशिष्ट लंबाई ज्ञात होने से रूप गुणांक समीकरण (3B) की सहायता से प्राप्त किया जा सकता है।

2.2.2 ऊष्मीय अनुरूप

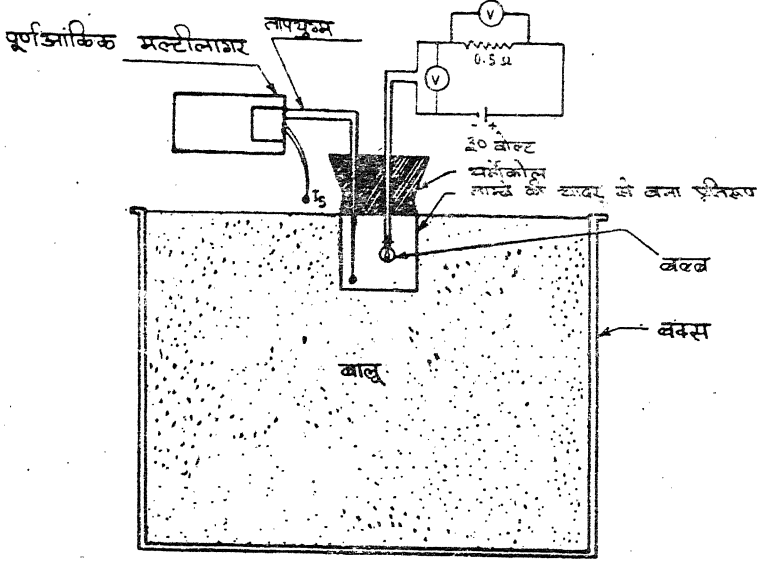
इस संबंध में सोढ़ा तथा सहयोगियों[14] के प्रयोग का वर्णन उपयुक्त होगा। पिण्ड का लघु पैमाने पर बना ताम्र का प्रतिमान 1m × 1m × 1m बक्स में रक्खी रेत में रक्खा जाता है (चित्र 5)। प्रतिमान के आयाम इस प्रकार होने चाहिये कि रेत को अर्धं अनन्त माध्यम माना जा सके। पूर्ण या अधिक भूमि-

गत पिण्डों के अनुरूप प्रतिमान के अन्दर एक 12V, 30W का बल्ब, ऊष्मा उत्सर्जन के लिये रखा है। अंशतः भूमिगत पिण्डों के अनुरूप, प्रतिमान में रेत की सतह से समतल ताप अवरोधक रखे ज ताकि ऊष्मा का प्रवाह केवल रेत में हो। अल्प भूमिगत पिण्डों के अनुरूप चपटे हीटर प्रयुक्त जाते हैं और उनके ऊपर अवरोधक रख कर, ऊपर की ओर ऊष्मा प्रवाह नगण्य कर दिया जात हीटर तथा बल्ब, एक बैटरी से गर्म किये जाते हैं। बल्ब तथा हीटर पर विभवांतर V_m आंकिक मीटर द्वारा ज्ञात किया जाता है। विद्युद धारा I_m भी परिपथ में 0.5Ω के मानक प्रतिरोध पर अ

चित्र 5 : ऊष्मिक अनुरूप प्रयोग

वोल्ट मीटर द्वारा विभवांतर माप कर ज्ञात की जाती है। पिण्ड के भीतर तथा बालू की सतह (ल वायु का ताप) का तापांतर लोहे-कोंस्टेंट के तापांतर युग्म से मापा जाता है। प्रयोग आरंभ करने दस मिनट बाद दोनों ताप तब तक मापे जाते हैं, जब तक कि वे स्थायी न हो जाएँ। प्रयोग बनावट के बंद कमरे में किया जाता है ताकि अवस्थाएँ पर्याप्त रूप से अपरिवर्तित रहें।

रेत की ऊष्मीय चालकता, रेत में उपस्थित हवा तथा आर्द्रता पर निर्भर करती है, अतः छोटे कालांतरों पर मापन अति आवश्यक है। प्रतिमान से मिलते-जुलते आकार (तथा रूप यदि हो) के एक खोखले पिण्ड जिसका रूप गुणांक F ज्ञात है, से उपर्युक्त प्रयोग कर ऊष्मीय चालक मान समीकरण (3A) का उपयोग कर प्राप्त किया जा सकता है। ऊष्मीय चालकता के प्राप्त किये से तथा समीकरण (3A) के उपयोग से (प्रतिमान और मौलिक पिण्ड) का रूप गुणांक F प्राप्त कि सकता है।

इस विधि की विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिये एक ही प्रतिमान के एक ही गहराई प

गत पिण्डों के अनुरूप प्रतिमान के अन्दर एक 12V, 30W का बल्ब, ऊष्मा उत्सर्जन के लिये रखा जाता है। अंशतः भूमिगत पिण्डों के अनुरूप, प्रतिमान में रेत की सतह से समतल ताप अवरोधक रखे जाते हैं ताकि ऊष्मा का प्रवाह केवल रेत में हो। अल्प भूमिगत पिण्डों के अनुरूप चपटे हीटर प्रयुक्त किये जाते हैं और उनके ऊपर अवरोधक रख कर, ऊपर की ओर ऊष्मा प्रवाह नगण्य कर दिया जाता है। हीटर तथा बल्ब, एक बैटरी से गर्म किये जाते हैं। बल्ब तथा हीटर पर विभवांतर V_m आंकिक वोल्ट मीटर द्वारा ज्ञात किया जाता है। विद्युद धारा I_m भी परिपथ में 0.5Ω के मानक प्रतिरोध पर आंकिक

चित्र 5 : ऊष्मिक अनुरूप प्रयोग

वोल्ट मीटर द्वारा विभवांतर माप कर ज्ञात की जाती है। पिण्ड के भीतर तथा बालू की सतह (लगभग वायु का ताप) का तापांतर लोहे-कोंस्टेंट के तापांतर युग्म से मापा जाता है। प्रयोग आरंभ करने के हर दस मिनट बाद दोनों ताप तब तक मापे जाते हैं, जब तक कि वे स्थायी न हो जाएँ। प्रयोग भारी बनावट के बंद कमरे में किया जाता है ताकि अवस्थाएँ पर्याप्त रूप से अपरिवर्तित रहें।

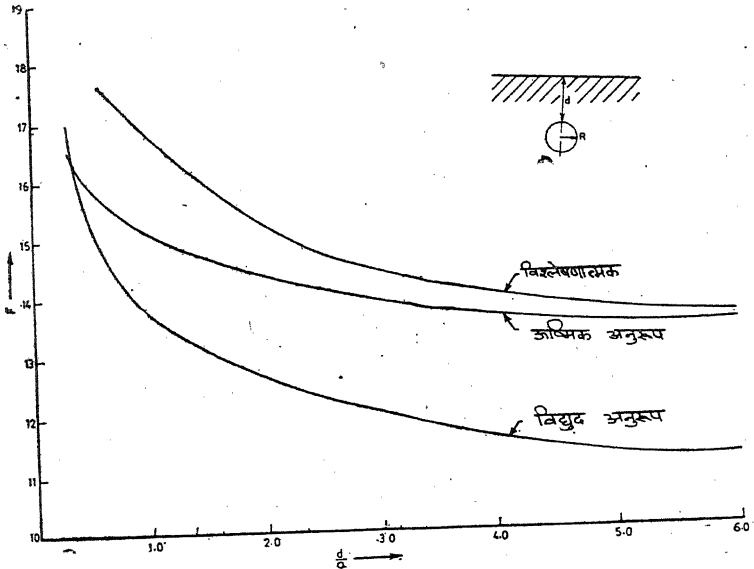
रेत की ऊष्मीय चालकता, रेत में उपस्थित हवा तथा आर्द्रता पर निर्भर करती है, अतः उसका छोटे कालांतरों पर मापन अति आवश्यक है। प्रतिमान से मिलते-जुलते आकार (तथा रूप यदि संभव हो) के एक खोखले पिण्ड जिसका रूप गुणांक F ज्ञात है, से उपर्युक्त प्रयोग कर ऊष्मीय चालकता का मान समीकरण (3A) का उपयोग कर प्राप्त किया जा सकता है। ऊष्मीय चालकता के प्राप्त किये मान से तथा समीकरण (3A) के उपयोग से (प्रतिमान और मौलिक पिण्ड) का रूप गुणांक F प्राप्त किया जा सकता है।

इस विधि की विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिये एक ही प्रतिमान के एक ही गहराई पर रूप

गुणांक प्राप्त करने के लिये नौ बार प्रयोग किये गये। इन प्रयोगों के फलस्वरूप रूप गुणांक का मान 15.7±0.1 निकला। अतः यह विधि पर्याप्त विश्वसनीय है।

2.2.3 विद्युत तथा ऊष्मिक विधि की परिशुद्धता : गोले के रूप गुणांक के दोनों अनुरूप विधियों तथा विश्लेषण से प्राप्त मान की तुलना

3.7 cm. त्रिज्या के खोखले गोले पर दोनों अनुरूप विधियों से विभिन्न गहराइयों पर प्रयोग कर गोले के लिये F के d/a के साथ परिवर्तन का अध्ययन किया गया। इह प्रयोगात्मक अध्ययन तथा विश्लेषण से प्राप्त फल चित्र 6 में दर्शित हैं। उल्लेखनीय है कि विद्युत अनुरूप विधि से प्राप्त F का मान, विश्लेषण विधि से प्राप्त मान का लगभग 0.82 गुना होता है। इसका कारण अभी समझ में नहीं आ सका है (घोल की विद्युत चालकता बार-बार ज्ञात की गई थी)। ऊष्मिक अनुरूप विधि से प्राप्त F के मान, विश्लेषण विधि से प्राप्त मान के अति निकट हैं पर सदा कम हैं। इसका अंशतः कारण हीटर/बल्ब तथा तापान्तर युग्म को जोड़ने वाले तारों से ताप का संवहन हो सकता है।

दोनों विधियों से प्राप्त परिशुद्धता पर्याप्त है।

चित्र 6 : रूप गुणांक F का d/a के साथ परिवर्तन

2.3 आंकिक विश्लेषण से प्राप्त रूप गुणांक {क्लीसन तथा दुनांद [3]}

2.3.1 भूमि पर स्थित $2L \times 2L_1$ क्षेत्रफल का चौकोर पत्रक; विशिष्ट लंबाई L_1

L_1/L	1.0	1.5	2	3	5
F	7.69	6.56	6.06	5.56	5.17

2.3.2 अनन्त लंबाई, चौड़ाई $2L$ तथा भूमिगत गहराई H का ऊपर से खुला तहखाना; विशिष्ट लंबाई H

H/L	0.00	0.05	0.1	0.2	0.4	0.6	0.8
F	2.47	2.38	2.35	2.30	2.20	2.11	2.00
H/L	1.0	1.5	1.8	2.0			
F	1.82	1.67	1.54	1.43			

2.3.3 अर्धव्यास R, भूमिगत गहराई H तथा ऊपर से खुला बेलनाकार तहखाना; विशिष्ट लम्बाई R

H/R	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
F	7.48	10.00	12.57	14.71	16.34	17.45
H/R	1.5	1.8	2.0			
F	19.95	20.94	21.82			

2.3.4 $2L \times 2L_1$ क्षेत्रफल तथा भूमिगत गहराई H का चौकोर तहखाना; विशिष्ट लंबाई L_1

$H/L = 0.4$

L_1/L	1.0	5.0
F	15.0	17.0

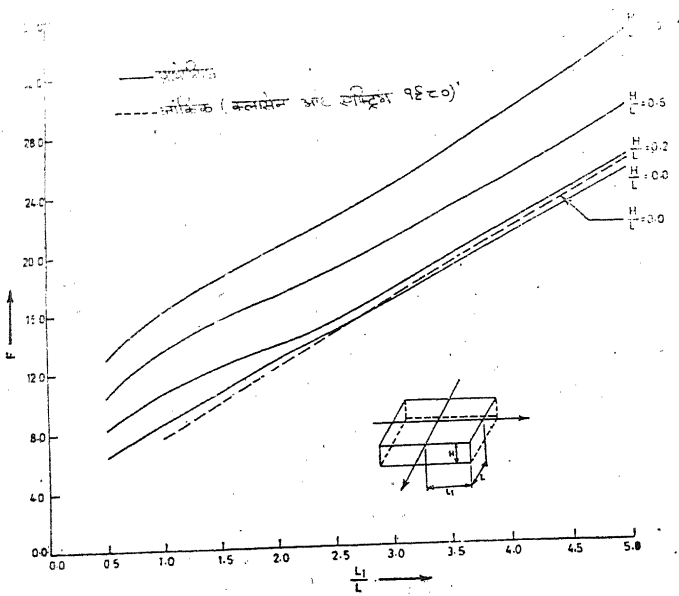
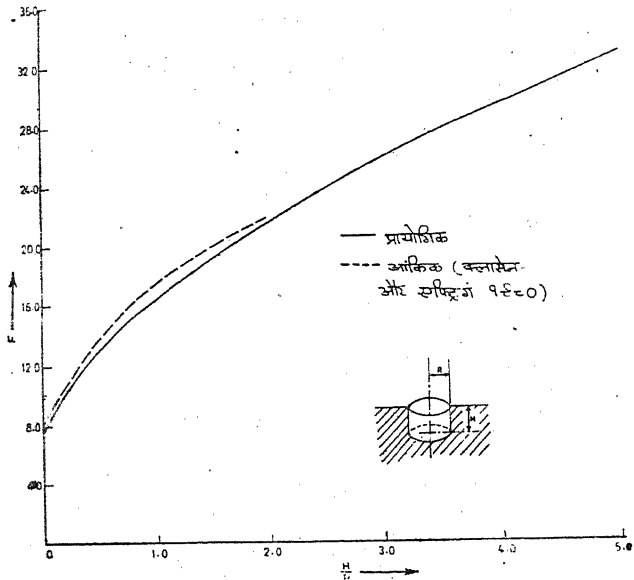
2.3.5 $2L$ चौड़ाई, गहराई, H तथा अनन्त लंबाई की सुरंग, विशिष्ट लंबाई L

सुरंग के रूप गुणांक

$H/L \diagup D/L$	1.0	2.0
0.2	4.00	2.93
0.5	4.17	3.13
1.2	4.62	3.34
2.0	4.70	3.64

2.4 अनुरूप विधि से प्राप्त गुणांक [14]

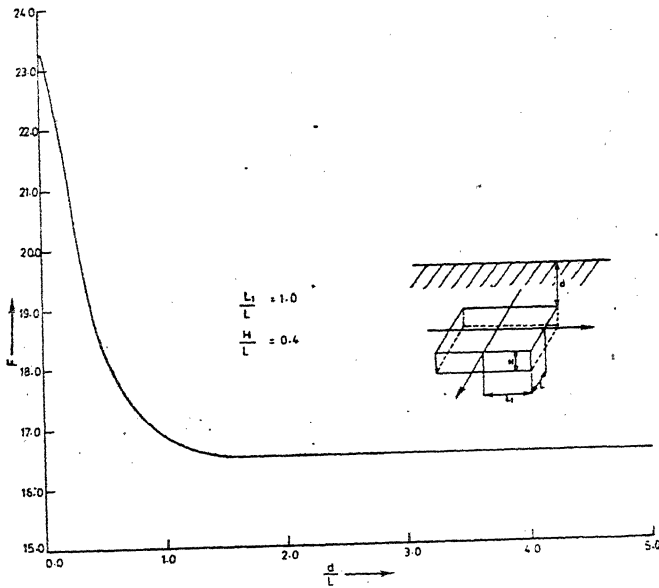
2.4.1 $2L \times 2L_1$ क्षेत्रफल तथा भूमिगत गहराई H का चौकोर तहखाना; विशिष्ट लंबाई L

चित्र 7 में F का विभिन्न H/L मान के लिके L_1/L के साथ परिवर्तन दर्शित है। चौकोर पत्रक के लिये आंकिक विश्लेषण से प्राप्त मान[5], अनुरूप विधि से प्राप्त मान के अत्यंत निकट है ($H/L=0$).

चित्र 7 : चौकोर तहखाना संरचना के लिए F का L_1/L तथा H/L के साथ परिवर्तन

चित्र 8 : ऊर्ध्वाधर सिलिण्डरी संरचना के लिए F का H/R के साथ परिवर्तन

2.4.2 भूमिगत (ऊपर से खुली) बेलनाकार निकाय : विशिष्ट लंबाई अर्द्धव्यास R

चित्र 8 में F का H/R के साथ परिवर्तन दर्शित किया है। तुलना के लिये आंकिक गणना से प्राप्त F का परिवर्तन $0<H/R<2$ के लिये भी दिखाया गया है। दोनों से प्राप्त F का मान अत्यंत सन्निकट है।

2.4.3 भूमिगत चौकोर बक्स ($L_1/L=1.0$, $H/L=0.4$) : विशिष्ट लंबाई L

चित्र 9 में F का d/L के साथ परिवर्तन दर्शित है। उल्लेखनीय है कि जब $d/L \gg 1.5$, $F \approx 16.5$.

चित्र 9 : भूमिगत चौकोर संरचना के लिए d/L के साथ F का परिवर्तन

2.4.4 भूमि पर स्थित अन्य भवन

भूमि पर स्थित भवनों की 5 डिजाइनों के लिये F, सोढ़ा आदि ने[14] ज्ञात किये जो लेह में भवन की डिजाइन में प्रयुक्त हुए।

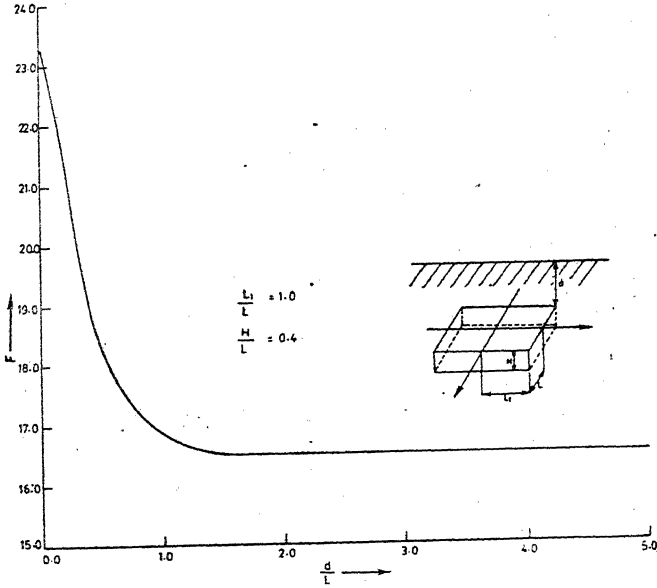
उपसंहार

इस व्याख्यान में भूमिगत भवनों और भूमि के बीच ऊष्मान्तरण ज्ञात करने की विधियों का विवेचन किया गया और फल को सरलता से काम आने वाले रूप में रखा गया है।

2.4.2 **भूमिगत (ऊपर से खुली) बेलनाकार निकाय : विशिष्ट लंबाई अर्द्धव्यास R**

चित्र 8 में F का H/R के साथ परिवर्तन दर्शित किया है। तुलना के लिये आंकिक गणना से प्राप्त F का परिवर्तन $0<H/R<2$ के लिये भी दिखाया गया है। दोनों से प्राप्त F का मान अत्यंत सन्निकट है।

2.4.3 **भूमिगत चौकोर बक्स ($L_1/L=1.0$, $H/L=0.4$) : विशिष्ट लंबाई L**

चित्र 9 में F का d/L के साथ परिवर्तन दर्शित है। उल्लेखनीय है कि जब $d/L \geqslant 1.5$, $F \approx 16.5$.

चित्र 9 : भूमिगत चौकोर संरचना के लिए d/L के साथ F का परिवर्तन

2.4.4 **भूमि पर स्थित अन्य भवन**

भूमि पर स्थित भवनों की 5 डिजाइनों के लिये F, सोढ़ा आदि ने[14] ज्ञात किये जो लेह में भवन की डिजाइन में प्रयुक्त हुए।

उपसंहार

इस व्याख्यान में भूमिगत भवनों और भूमि के बीच ऊष्मान्तरण ज्ञात करने की विधियों का विवेचन किया गया और फल को सरलता से काम आने वाले रूप में रखा गया है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखक डॉ॰ रामेश्वर साहनी के चर्चा के लिये तथा प्रों॰ महेन्द्र वर्मा के भाषा सुधार के लिये कृतज्ञता-ज्ञापन करता है।

निर्देश

1. शेल्टन, जे॰, Solar Energy 1975, **17**, 137-143.
2. असगर, ए॰ एच॰ (व्यक्तिगत सूचना 1988)
3. क्लैसन, जे॰ तथा डुनैंड, ए॰, Swedish Council for Building Research Sweden Document Dl : 1983.
4. कार्सेला, एच॰ एस॰ तथा जीगर जे॰ सी॰, "Conduction of Heat transfer in Solids" Clarendon Press, Oxford.
5. क्लेसन, जे॰ तथा एफर्टिंग, बी॰, Swedish Council for Building Research, Document D33 : 1980.
6. बायलो, जी॰ जी॰ तथा लट्टा, जे॰ के॰, Tech. Paper No. 292, Div. of Building Research, NRC, Canada. (1968).
7. मिटलस, जी॰ पी॰, "Calculation of basement heat losses" AC-83-03, ASHRAE (1983).
8. शान, एल॰ एस॰ तथा रैमजे, जे॰ डब्लू॰, "A simplified thermal analysis of earth sheltered buildings using a Fourier series boundary method" AC-83-09, ASHRAE (1983).
9. शिप, पी॰ एच॰, Agricultural Meteorology, 1979, **2** (3), 197-203.
10. लेबेडेव, एन॰ एन॰, शल्स्काया, आई॰ पी॰ तथा यफ्ल्याण्ड, वाई॰ एस॰, "Problems of Mathematical Physics" Prentice Hall Inc. Engle Wood Cliffs N. J. (1965).
11. कार्सन, डी॰ आर॰ तथा लारैन, पी॰, "Introduction to Electromagnetic Fields and Waves" W. H. Freeman and Co., Sanfransisco (1962).
12. सोढा, एम॰ एस॰, गोयल, आई॰ सी॰, घटक, ए॰ के॰ तथा अरुणकुमार, Proc. Indian Natn. Scie. Acad., 1980, **46** A, No. 2 161-175.
13. सोढा, एम॰ एस॰ साहनी, आर॰ एल॰, सिंह, एस॰ पी॰ तथा जयशंकर, बी॰ सी॰, Int. J. Energy Research, 1990, **14**, 245-248.
14. सोढा, एम॰ एस॰, साहनी, आर॰ एल॰ तथा जयशंकर, बी॰ सी॰, Int. J. Energy Research, 1990, **14**, 563-571.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

पश्चिमी राजस्थान के बाडमेर जिले के भूजल का जलरासायनिक अध्ययन

डी० डी० ओझा तथा पी० सी० जैन
भूजल विभाग, जोधपुर (राज०)

[प्राप्त—दिसम्बर 2, 1990]

सारांश

जल की पीने योग्य (मानव एवं पशु-पक्षी) एवं सिंचाई योग्य उपयुक्तता निर्धारण करने में जल-रासायनिक अध्ययन का महत्वपूर्ण योगदान है। प्राय: जल की किस्म उसमें विद्यमान विभिन्न रासायनिक अवयवों के सान्द्रण एवं आश्मिक लक्षणों पर निर्भर करती है। बाड़मेर जिले में विद्यमान सभी शैल-समूहों जैसे चतुष्क, तृतीयक, लाठी, जालौर-सिवाना, ग्रेनाइट एवं मालानी ज्वालामुखी शैल में जल उपस्थित है। लाठी बालुकाश्म, तृतीयक बालुकाश्म तथा मालानी ज्वालामुखी शैल में अलवण जल कोटरिकाएं हैं, परन्तु उनमें सोडियम क्लोराइड की अधिकता है, जबकि अन्य जलभृत अत्यधिक खनिजकृत है अर्थात् उनमें कुल घुलनशील ठोस (TDS), क्लोराइड, सल्फेट, नाइट्रेट तथा फ्लोराइड का मान भारतीय आयुर्विज्ञान अनुसंधान परिषद[1] तथा विश्व स्वास्थ्य संघटन[2] द्वारा निर्धारित परास-मान से अधिक हैं। जिले के पूर्वी एवं दक्षिण-पश्चिमी भाग में कम लवणीयता वाले जल क्षेत्रों में भी नाइट्रेट की मात्रा अधिक पायी गयी है। इस कारण इस क्षेत्र में पीने योग्य शुद्ध जल की समस्या उत्पन्न हो चुकी है।

Abstract

Hydrochemical studies of the quality of ground water of Barmer district of Western Rajasthan. *By* D. D. Ozha and P. C. Jain, Ground Water Department, Jodhpur (Raj.).

Hydrochemical studies are important in judging the suitability of water for drinking (human and livestocks) and irrigation purposes. Water quality largely depends on the concentration of various chemical constituents and lithological character of water bearing formations. In Barmer district water occurs in all the formations encountered such as quaternary, tertiary, lathis, Jalore-Siwana, granite

and malani-volcanics. Water from Lathi sandstone, tertiary sandstone and malani volcanics have fresh water pockets but they are sodium chloride type waters, whereas rest of the aquifers are highly mineralised having concentration of TDS, chloride, sulphate, nitrate and fluoride above the recommended limits of I. C. M. R.[1] and W. H. O.[2] In east and south-west part of the district, low salinity waters have been found to contain high nitrates, thus creating an acute shortage of potable ground water.

पश्चिमी राजस्थान का बाड़मेर जिला थार मरुस्थल का भाग होने के अतिरिक्त पर्यटन एवं रक्षा दृष्टि से भी अत्यधिक महत्वपूर्ण है। दो-तीन दशक पूर्व जल की लवणीयता एवं क्षारीयता की ओर ज्यादा ध्यान दिया जाता था, परन्तु अब यह निश्चित किया जा चुका है कि इनके अतिरिक्त नाइट्रेट एवं फ्लोराइड[3] के सान्द्रण का भी जल की पीने योग्य उपयुक्तता निर्धारण करने में महत्वपूर्ण भूमिका है। पश्चिमी राजस्थान के बाड़मेर जिलों में समस्यायुक्त पानी उपलब्ध होने के कारण भू जल विभाग द्वारा इस क्षेत्र का व्यापक भूजल सर्वेक्षण किया गया तथा पानी का जल-रासायनिक अध्ययन किया गया। इस अध्ययन में उसी के परिणाम प्रस्तुत किये गये हैं।

जिले की अवस्थिति, स्थलाकृति, जल निकास एवं जलवायु

क्षेत्रफल की दृष्टि से बाड़मेर जिला राजस्थान का दूसरा सबसे बड़ा जिला है। इसका क्षेत्रफल 29,387 वर्ग कि० मी० है। यह जिला 23° 3′ तथा 30° 10′ उत्तरी अक्षांश और 69° 29′ 24″ तथा 78° 17′ 28″ पूर्वी देशान्तर के मध्य स्थित है।

इस जिले का जलनिकास बहुत ही कम है। लूनी नदी एकमात्र अल्पेकालिक धारा के रूप में पश्चिम में बालोतरा की ओर बहती है और दक्षिण में तिलवाड़ा के समीप लुप्त हो जाती है। इस क्षेत्र में वर्षा अनियमित और कम होती है तथा ताप अत्यधिक उच्च एवं आर्द्रता कम है। क्षेत्र का वार्षिक वर्षा मान 285.7 मि० मी० है। इस जिले का पूर्वी भाग जलोढ़ मैदानी क्षेत्र है तथा इसमें कई जगह तरंगित रेत के टीबे एवं छोटी पहाड़ियाँ हैं।

प्रयोगात्मक

बाड़मेर जिले के भूमिगत जल का जलरासायनिक (hydrochemical) अध्ययन करने के लिए गम्भीर एवं भौम जल शैल समूहों के निरूपक कुओं से 536 जल नमूने एकत्रित किये गये। इन जल नमूनों का मानक विधियों[4] तथा आधुनिक यन्त्रों द्वारा पी-एच०, विद्युच्चालकता, सोडियम, पोटैशियम, कैलसियम, मैग्नीशियम जैसे प्रमुख धनायनों एवं क्लोराइड, सल्फेट, कार्बोनेट, बाइकार्बोनेट, नाइट्रेट एवं फ्लोराइड ऋणायनों का मान ज्ञात किया गया। सिंचाई हेतु उपयुक्तता के लिए महत्वपूर्ण प्राचल जैसे कुल कठोरता, सोडियम प्रतिशतता तथा अवशोषित सोडियम कार्बोनेट मान भी ज्ञात किये गये।

and malani-volcanics. Water from Lathi sandstone, tertiary sandstone and malani volcanics have fresh water pockets but they are sodium chloride type waters, whereas, rest of the aquifers are highly mineralised having concentration of TDS, chloride, sulphate, nitrate and fluoride above the recommended limits of I. C. M. R.[1] and W. H. O.[2] In east and south-west part of the district, low salinity waters have been found to contain high nitrates, thus creating an acute shortage of potable ground water.

पश्चिमी राजस्थान का बाड़मेर जिला थार मरुस्थल का भाग होने के अतिरिक्त पर्यटन एवं रक्षा दृष्टि से भी अत्यधिक महत्वपूर्ण है। दो-तीन दशक पूर्व जल की लवणीयता एवं क्षारीयता की ओर ज्यादा ध्यान दिया जाता था, परन्तु अब यह निश्चित किया जा चुका है कि इनके अतिरिक्त नाइट्रेट एवं फ्लोराइड[3] के सान्द्रण का भी जल की पीने योग्य उपयुक्तता निर्धारण करने में महत्वपूर्ण भूमिका है। पश्चिमी राजस्थान के बाड़मेर जिलों में समस्यायुक्त पानी उपलब्ध होने के कारण भू जल विभाग द्वारा इस क्षेत्र का व्यापक भूजल सर्वेक्षण किया गया तथा पानी का जल-रासायनिक अध्ययन किया गया। इस अध्ययन में उसी के परिणाम प्रस्तुत किये गये हैं।

जिले की अवस्थिति, स्थलाकृति, जल निकास एवं जलवायु

क्षेत्रफल की दृष्टि से बाड़मेर जिला राजस्थान का दूसरा सबसे बड़ा जिला है। इसका क्षेत्रफल 29,387 वर्ग कि० मी० है। यह जिला 23° 3′ तथा 30° 10′ उत्तरी अक्षांश और 69° 29′ 24″ तथा 78° 17′ 28″ पूर्वी देशान्तर के मध्य स्थित है।

इस जिले का जलनिकास बहुत ही कम है। लूनी नदी एकमात्र अल्पकालिक धारा के रूप में पश्चिम में बालोतरा की ओर बहती है और दक्षिण में तिलवाड़ा के समीप लुप्त हो जाती है। इस क्षेत्र में वर्षा अनियमित और कम होती है तथा ताप अत्यधिक उच्च एवं आर्द्रता कम है। क्षेत्र का वार्षिक वर्षा मान 285.7 मि० मी० है। इस जिले का पूर्वी भाग जलोढ़ मैदानी क्षेत्र है तथा इसमें कई जगह तरंगित रेत के टीबे एवं छोटी पहाड़ियाँ हैं।

प्रयोगात्मक

बाड़मेर जिले के भूमिगत जल का जलरासायनिक (hydrochemical) अध्ययन करने के लिए गम्भीर एवं भौम जल शैल समूहों के निरूपक कुओं से 536 जल नमूने एकत्रित किये गये। इन जल नमूनों का मानक विधियों[4] तथा आधुनिक यन्त्रों द्वारा पी-एच०, विद्युच्चालकता, सोडियम, पोटैशियम, कैल्सियम, मैग्नीशियम जैसे प्रमुख धनायनों एवं क्लोराइड, सल्फेट, कार्बोनेट, बाइकार्बोनेट, नाइट्रेट एवं फ्लोराइड ऋणायनों का मान ज्ञात किया गया। सिंचाई हेतु उपयुक्तता के लिए महत्वपूर्ण प्राचल जैसे कुल कठोरता, सोडियम प्रतिशतता तथा अवशोषित सोडियम कार्बोनेट मान भी ज्ञात किये गये।

परिणाम तथा विवेचना

पीने योग्य पानी के अनेक रासायनिक अवयवों के सान्द्रण स्थान की भिन्नता तथा शैल समूह की विविधता के कारण विभिन्न होते हैं। इनका अधिक मात्रा में सान्द्रण पानी को पीने के अयोग्य बना देता है। बाड़मेर जिले के भू-जल में कुल घुलनशील ठोस का विभिन्न परास में वितरण सारणी 1 में दिया गया है। इस सारणी के अध्ययन से विदित होता है कि 75 प्रतिशत से अधिक जल नमूने अधिकतम अनुमेय सीमा (1500 मिग्रा/लीटर) में आते हैं। इस क्षेत्र के उपभोक्ता कोई अन्य अच्छी किस्म का जल स्रोत न होने के कारण 3000 मिग्रा/लीटर कुल घुलनशील ठोस युक्त पानी पीते हैं।

सारणी 1 से ज्ञात होता है कि पंचायत समिति धोरीमन्ना, बालोतरा, सिणधरी तथा बायतू की अपेक्षाकृत पंचायत समिति शिव, चौहटन, बाड़मेर एवं सिवाना का भू जल कम खनिजीय है।

सारणी 1

कुल घुलनशील ठोस (TDS) का भूजल वितरण

क्रम सं०	पंचायत समिति का नाम	नमूनों की संख्या	कुल घुलनशील ठोस की परास (मिग्रा/लीटर)			
			0-500	500-1500	1500-3000	>3000
1.	बायतू	50	1	4	9	36
2.	बालोतरा	75	5	13	19	38
3.	बाड़मेर	79	1	14	27	37
4.	धोरीमन्ना	72	–	11	26	35
5.	चौहटन	68	–	12	42	14
6.	शिव	50	4	15	10	21
7.	सिणधरी	77	1	3	12	61
8.	सिवाना	65	6	31	18	40
	कुल	536	18	103	163	252
	प्रतिशत		3.53	19.18	30.35	47.10

इस क्षेत्र के अधिकतर भाग के जल में क्लोराइड का मान भी भारतीय आयुर्विज्ञान अनुसंधान परिषद् द्वारा निर्धारित सीमाओं से अधिक है। अतः यह लवणीय स्वाद प्रदान करता है। मनुष्य में

क्लोराइड सहन करने की सीमा का सम्बन्ध जलवायु से होता है। जिले के भू-जल में क्लोराइड का विवरण सारणी 2 में दिया गया है। बाड़मेर जिले के सौलंकिया गाँव के भू जल में क्लोराइड का न्यूनतम मान 10 मिग्रा/लीटर तथा बीस्सू कल्ला क्षेत्र के कुएँ के पानी में अधिकतम मान 16862 मिग्रा/लीटर पाया गया। इस क्षेत्र के जल नमूनों के क्लोराइड मान एवं विद्युच्चालकता में अंकित किये गये रेखाचित्र से रैखिक सम्बन्ध ज्ञात होता है अर्थात् जल की विद्युच्चालकता बढ़ने से क्लोराइड का सान्द्रण भी बढ़ता है। क्लोराइड भूजल का प्रमुख ऋणायन है तथा इसका भौम जल में अधिक सान्द्रण भू जल का मन्द संचलन एवं जलभृत पदार्थ से लम्बा सम्बन्ध दर्शाता है।

सारणी 2

बाड़मेर जिले के भूजल में क्लोराइड की प्रतिशतता का वितरण

क्रम सं०	पंचायत समिति का नाम	नमूनों की संख्या	क्लोराइड की परास (मिग्रा/लीटर)		
			0-200	200-1000	>1000
1.	बायतू	50	2	10	38
2.	बालोतरा	75	11	26	38
3.	बाड़मेर	79	7	37	35
4.	चौहटन	68	1	49	18
5.	धोरीमन्ना	72	—	35	37
6.	शिव	50	9	19	22
7.	सिणधरी	77	1	14	62
8.	सिवाना	65	24	28	13
	कुल	536	55	218	263
	प्रतिशत		10.24	40.59	49.15

सारणी 2 के अध्ययन से विदित होता है कि 49 प्रतिशत जल नमूनों में जो कि जिले के अधिकांश भाग को प्रदर्शित करते हैं, क्लोराइड मान 1000 मिग्रा/लीटर से अधिक है, जो उन्हें पीने हेतु निषिद्ध बनाता है, जबकि चौहटन, शिव तथा सिवाना के कुछ भाग के भू जल में क्लोराइड की मात्रा कम होने से इस दृष्टि से यह जल पीने हेतु उपयुक्त है।

जल में उच्च नाइट्रेट सान्द्रण जठरांत्र की म्यूकस परत में उत्तेजना पैदा करता है जो दस्त तथ मूत्रल रोग के लक्षण होते हैं। मवेशियों में नाइट्रेट-विषाक्तता के घातक परिणाम देखे जा चुके हैं। यह

प्रेक्षित किया जा चुका है कि कई रासायनिक प्रक्रियाओं के फलस्वरूप पानी में नाइट्रेट नाइट्रोसो-ऐमीन बनाने में सहायक होता है जो बाद में N-नाइट्रोसो यौगिक में परिवर्तित हो जाते हैं और ये कैंसर के प्रत्यक्ष कारक होते हैं।

नाइट्रेट→नाइट्राइट→N-नाइट्रोसो यौगिक

महामारी की दृष्टि से पानी में नाइट्रेट के अधिक सान्द्रण तथा आमाशय कैंसर में सम्बन्ध स्थापित किया जा चुका है[5-7]। पर्यावरण में अनेक स्रोत से प्राकृतिक जल में नाइट्रेट की मात्रा बढ़ाते हैं—यथा वायुमण्डल भूगर्भ स्रोत, वायुमण्डलीय नाइट्रोजन यौगिकीकरण, मृदा आदि। भूजल में नाइट्रेट के, स्रोतों में चट्टानें, जीवाश्म ईंधन (कोयला, तेल, लकड़ी का जलना) तथा नाइट्रेट निक्षेप मुख्य हैं। मैग्मेटी चट्टानें, मृत्तिका पट्टी, बालुकाश्म तथा चूना पत्थर में ज्यादा नाइट्रेट की मात्रा होती है। बाड़मेर जिले के भूजल में नाइट्रेट के विभिन्न परासों का वितरण सारणी 3 में दर्शाया गया है। इसके अध्ययन से ज्ञात होता है कि जिले के सम्पूर्ण भाग के भूजल में नाइट्रेट की मात्रा अधिक है। प्राय: यह पाया गया है कि जैसे-जैसे भौमजल स्तर बढ़ता है, नाइट्रेट की मात्रा कम होती जाती है। अत: सतही जल में नाइट्रेट सान्द्रण अधिक पाया जाता है। इस क्षेत्र के जल नमूनों के विश्लेषण परिणामों के अनुसार प्राय: उच्च नाइट्रेट युक्त पानी में उच्च लवणीयता, कुल कठोरता तथा मैग्नीशियम के मान भी ज्यादा मात्रा में पाये गये।

सारणी 3

बाड़मेर जिले के भूजल में नाइट्रेट की प्रतिशतता का वितरण

क्रम संख्या	पंचायत समिति का नाम	नमूनों की संख्या	नाइट्रेट का परास (मिग्रा/लीटर)			
			0-20	20-50	50-100	>100
1.	बायतू	50	7	6	3	34
2.	बालोतरा	75	32	12	7	24
3.	बाड़मेर	79	3	5	14	57
4.	चौहटन	68	1	7	16	44
5.	धोरीमन्ना	72	2	1	6	63
6.	शिव	50	28	3	2	17
7.	सिणधरी	77	15	10	14	38
8.	सिवाना	65	26	14	9	16
	कुल	536	114	58	71	293
	प्रतिशत		21.27	10:82	13.25	55.66

पीने योग्य पानी की उपयुक्तता निर्धारण करने में फ्लोराइड भी आवश्यक कारक है। इसकी अल्प मात्रा दाँतों के निर्माण में सहायक होती है एवं अधिक मात्रा हानिकारक होती है। जिले की विभिन्न पंचायत समितियों से एकत्रित जल नमूनों में फ्लोराइड का वितरण सारणी 4 में दिया गया है।

बाडमेर जिले में तृतीयक तथा चतुष्क अवसादी भूजल में फ्लौराइड के सम्भावित स्रोत हो हो सकते हैं। रासायनिक परिणामों के आधार पर फ्लोराइड एवं भूजल की लवणीयता में कोई विशेष सम्बन्ध नहीं पाया गया, परन्तु बाइकार्बोनेट जल में जहाँ सोडियम की प्रमुखता है, वहाँ फ्लोराइड का मान ज्यादा पाया गया। सामान्यतया बाड़मेर, चौहटन, सिणधरी एवं धोरीमन्ना क्षेत्रों के जल फ्लोराइड की समस्या से ग्रस्त हैं तथा इन क्षेत्रों में फ्लोरोसिस की बीमारी भी प्रेक्षित की गई है।

सारणी 4

क्रम संख्या	पंचायत समिति का नाम	नमूनों की संख्या	फ्लोराइड का परास (मिग्रा/लीटर)			
			0-1	1-2	2-4	>4
1.	बायतू	50	11	10	9	20
2.	बालोतरा	75	6	22	20	27
3.	बाड़मेर	79	14	19	10	36
4.	चौहटन	68	11	14	10	33
5.	धोरीमन्ना	72	8	17	18	29
6.	शिव	50	10	16	11	13
7.	सिणधरी	77	10	19	16	32
8.	सिवाना	65	25	20	7	13
	कुल	536	95	137	101	209
	प्रतिशत		17.72	25.56	18.84	37.87

बाड़मेर जिले का अधिकांश भाग लवणीयता की समस्या से ग्रस्त है परन्तु इसमें कोई विशेष लवणीयता उपनति नहीं देखी गई। अलवण से साधारण लवणीय जल जिले के उत्तरी, पूर्वी तथा दक्षिण-पश्चिमी भाग में उपलब्ध हैं। जिले के पूर्वी क्षेत्र में जल के प्रकार तथा भूजल संचलन में सम्बन्ध प्रेक्षित किया गया जहाँ बाइकार्बोनेट प्रकार का जल मिश्रित प्रकार में तथा अन्त में क्लोराइड प्रकार में बदल जाता है। इस कारण कुल घुलनशील ठोस की मात्रा में बढ़ोतरी हो जाती है।

सारणी 5

गभीर जलभृत में विभिन्न रासायनिक प्राचलों का विवरण

जलभृत	प्रत्येक जलभृत में जल नमूनों की संख्या	प्रतिशत	न्यूनतम-महत्तम/औसत					
			विद्युच चालकता माइक्रोसीमेन/सेमी०	क्लोराइड मिग्रा/लीटर	नाइट्रेट मिग्रा/लीटर	फ्लोराइड मिग्रा/लीटर	सल्फेट मिग्रा/लीटर	कठोरता $CaCO_3$ मिग्रा/लीटर
लाठी बालुकाश्म	14	10.37	1430-5330 / 310(14)	229-1440 / 703(14)	15-340 / 64.83(12)	1.0-2.80 / 1.716(12)	48-394 / 156(14)	199-536 / 358(14)
तृतीयक बालुकाश्म	64	47.41	690-8600 / 4004(64)	94-2670 / 1043(64)	0-200 / 11.93(55)	0-3.84 / 1.71(54)	2-600 / 228(64)	6-1658 / 447(64)
जलोढ़क (जीर्ण)	50	37.04	1020-46000 / 6490(50)	104-20000 / 1807(50)	0-500 / 138.7(46)	0-11.4 / 2.02(46)	24-3621 / 293(49)	25-600 / 442(49)
नव जलोढ़क	7	5.18	1710-20700 / 8797(7)	344-7640 / 2645(7)	0-185 / 55(7)	1.60-19.20 / 6.06(7)	88-1120 / 508(7)	162-1990 / 639.7(7)

बाइकार्बोनेट तथा मिश्रित प्रकार के जल भौमजल के जलभृत में पुनः पूरण की सम्भावना दर्शाते हैं। बाड़मेर जिले के 70% से अधिक जल नमूनों में सोडियम क्लोराइड जैसे लक्षण हैं तथा इनमें भी 90% में सोडियम की प्रमुखता है। इसी प्रकार 47.11% कुओं के जल में कुल घुलनशील ठोस का मान 3000 मिग्रा/लीटर से अधिक है जो भारतीय आयुर्विज्ञान अनुसन्धान परिषद द्वारा निर्धारित मानक से अधिक है तथा पीने हेतु अनुपयुक्त है[1]। नाइट्रेट तथा फ्लोराइड के अधिक मान होने से जिले के कम लवणीयता वाले जल भी अनुपयुक्त हो गए हैं। अतः नाइट्रेट और फ्लोराइड अपनयन के कम खर्चीले एवं सुगम तरीके अपनाना नितांत आवश्यक है। तभी शुद्ध पेय जल प्राप्त करने की समस्या का निदान होगा।

सिंचाई हेतु बाड़मेर जिले का 8000 माइक्रोसीमेन/सेमी विद्युच्चालकता मान का पानी बलुई मिट्टी में कम लवणसहिष्णु तथा लवण-सहिष्णु फसलों के लिए उपयुक्त है। क्षारीयता वाले क्षेत्र में चूर्ण जिप्सम के उपयोग की सिफारिश की जा सकती है।

जलभृत का रासायनिक किस्म से सम्बन्ध

समान्यताया भूजल में लवणों का सान्द्रण, मिट्टी के लवण अंश तथा भूजल शैल समूह पर निर्भर करता है जिनसे पानी का सम्बन्ध है। बाड़मेर जिले में, जल युक्त शैल समूह का खनिज अभिलक्षण भूजल की रासायनिक किस्म को बहुत प्रभावित करता है। गभीर जलभृत में भूजल की रासायनिक किस्म का विवरण सारणी 5 में दिया गया है। इसके अध्ययन से विदित होता है कि लाठी बालुकाश्म में रासायनिक गुणों में न्यूनतम भिन्नता है जबकि नव जलोढक में महत्तम भिन्नता। जीर्ण जलोढ़क का गभीर भू जल नव जलोढ़क की अपेक्षाकृत कम खनिजीकृत है। चतुष्क महाकल्पी शैल समूह में भूजल की उच्च लवणीयता का कारण उच्च वाष्पोत्सर्जन के कारण न्यूनतम अन्तःस्यंदन दर तथा भूजल का कम संचरण है। शैल समूह की अच्छी पारगम्यता तथा शीघ्र संचरण के कारण लाठी तथा तृतीयक बालुकाश्म के गभीर भू जल में कुल घुलनशील ठोस का मान कम है। अतः यह कहा जा सकता है कि जिले के उत्तर में लाठी जलभृत के गभीर संस्तर स्थिति में पीने योग्य जल की मात्रा है।

निर्देश

1. भारतीय आयुर्विज्ञान अनुसन्धान परिषद, पीने योग्य जल सम्भरण हेतु मानक विशेष प्रतिवेदन, नई दिल्ली, 1975, 44.

2. विश्व स्वास्थ्य संघटन, अन्तर्राष्ट्रीय मानक, विश्व स्वस्थ्य संघटन प्रकाशन, 1971.

3. भंडारी, एल० एम०, पुरोहित, ए० डी०, जोधा, एच० आर० तथा गुप्ता, जे० सी०, **भारतीय कृषि अनुसन्धान पत्रिका**, 1971, **5**, 1-4.

4. जल तथा अपशिष्ट जल परीक्षण की मानक विधियाँ, अमेरिकन जन स्वास्थ्य संस्थान, वाशिंगटन डी० सी०, 1985, 16वाँ संस्करण।

5. हाक्सवर्थ, जी०, गिल, एम० जे०, गोरदिलो, जी० तथा स्यूलो, सी०, कैन्सर अनुसन्धान हेतु अन्तर्राष्ट्रीय पर्यावरण अनुसन्धान संस्था, वैज्ञानिक प्रकाशन, 1975, 9, फ्रान्स ।

6. हेम, जे० डी०, यू० एस० भू गर्भ सर्वेक्षण द्वितीय संस्करण, 1970, 363, 1473.

7. हिल, एम० जे०, हाक्सवर्थ, जी० तथा टेटरसन, जी०, बैक्टीरिया नाइट्रोसोमीन तथा कैन्सर, ब्रिटिश कैन्सर पत्रिका, 1973, **28**, 562-567.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34. No. 1-2, 1991

हाइपरज्यामितीय फलन वाले नई श्रेणी के समाकल

गीता शर्मा तथा अर्जुन के॰ राठी

गणित विभाग, डूंगर स्वायत्तशासी महाविद्यालय, बीकानेर (राजस्थान)

[प्राप्त—अक्टूबर 27, 1990]

सारांश

लेवाई, ग्रोनडीन तथा राठी द्वारा हाल ही में दिये गये संकलन सूत्रों की सहायता से प्रस्तुत प्रपत्र में छः नये एवं रोचक हाइपरज्यामितीय फलन वाले समाकलों के मान ज्ञात किये गये हैं। कतिपय विशिष्ट दशाएँ भी व्युत्पन्न की गई हैं।

Abstract

Integrals of a new series of hypergeometrical series. By Geeta Sharma and Arjun K. Rathie, Department of Mathematics, Dungar Autonomous College, Bikaner (Raj.).

In this paper six new and interesting integrals of hypergeometric functions have been evaluated on the basis of summation formulae given by Levie, Gronedeen and Rathie recently. Some special conditions have also been derived.

1. भूमिका एवं ज्ञात परिणाम

लेवोई, ग्रोनडीन तथा राठी[2] के हाल ही के अपने रोचक प्रपत्र में $_3F_2(1)$ श्रेणी के लिए कई संकलन सूत्र दिये हैं जिनका वाटसन सूत्र से घनिष्ठ सम्बन्ध है। इस प्रपत्र का उद्देश्य हाइपरज्यामितीय फलन वाले समाकलों को गामा गुणन के रूप में संकलित करना है। जब कभी भी कोई समाकल गामा गुणन के रूप में प्राप्त होता है तो वह परिणाम अनुप्रयोग की दृष्टि से बहुत महत्वपूर्ण होता है। हाल ही में लेवोई[1] ने अपने रोचक प्रपत्र में संकलन सूत्र का अनुप्रयोग पर्णसमूह घनत्व समीकरण में किया है। प्रस्तुत प्रपत्र में प्राप्त किये गये समाकल सरल, रोचक एवं एक या एक से अधिक चरों वाले विशिष्ट फलनों के समाकल ज्ञात करने में उपयोगी हैं।

प्रस्तुत प्रपत्र में निम्नलिखित ज्ञात संकलन सूत्रों का प्रयोग किया गया है :

$$_3F_2\left(\begin{matrix}\alpha & \beta & \rho \\ \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2) & 2\rho+1 & \end{matrix} /1\right)=\frac{2^{\alpha+\beta-2}\,\Gamma(\rho+1/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{(\alpha-\beta)\,\Gamma(1/2)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \quad (1.1)$$

जहाँ

$$Re(2\rho-\alpha-\beta)>-4.$$

$${}_3F_2\left(\begin{matrix}\alpha & \beta & \rho\\ \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta) & 2\rho-1\end{matrix}\ /1\right)=\frac{2^{\alpha+\beta-3}\,\Gamma(\rho-1/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{\Gamma(1/2)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1|2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \quad (1.2)$$

जहाँ

$$Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$$

2. मुख्य परिणाम :

प्रस्तुत प्रपत्र में निम्नलिखित छः समाकलों का मान ज्ञात किया जावेगा जो नवीन प्रतीत होते हैं।

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\,(1-x)^{\rho}\,[1+ax+b(1-x)]^{-2\rho-1}$$

$$\cdot\,{}_2F_1\left(\alpha,\,\beta;\,\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);\quad \frac{x(1+a)}{1+ax+b(1-x)}\right)dx$$

$$=\frac{2^{\alpha+\beta-2\rho-2}\,\Gamma(\rho)\,\Gamma\{\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{(\alpha-\beta)\,(1+a)^{\rho}\,(1+b)^{\rho+1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \quad (2.1)$$

जहाँ

$$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$$

a और b अतृण अचल हैं तथा व्यंजक $1+a$, $1+b$, $[1+ax+b(1-x)]$; $0\leqslant x\leqslant 1$ शून्य नहीं हैं।

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\,(1-x)^{\rho-2}\,[1+ax+b(1-x)]^{-2\rho+1}$$

$$\cdot\,{}_2F_1\left(\alpha,\,\beta;\,\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta);\ \frac{x(1+a)}{1+ax+b(1-x)}\right)dx$$

$$=\frac{2^{-2\rho+\alpha+\beta-1}\,\Gamma(\rho-1)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{(1+a)^{\rho}\,(1+b)^{\rho-1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1/2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2)}\right\}$$

(2.2)

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\ \Gamma(\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\ \Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\ \Gamma(\alpha/2)\ \Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \quad (1.1)$$

जहाँ

$$Re(2\rho-\alpha-\beta)>-4.$$

$$_3F_2\left(\begin{matrix}\alpha & \beta & \rho \\ \frac{1}{2}(\alpha+\beta) & 2\rho-1\end{matrix}\ /1\right)=\frac{2^{\alpha+\beta-3}\ \Gamma(\rho-1/2)\ \Gamma(\alpha/2+\beta/2)\ \Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{\Gamma(1/2)\ \Gamma(\alpha)\ \Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\ \Gamma(\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2-1|2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\ \Gamma(\alpha/2)\ \Gamma\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \quad (1.2)$$

जहाँ

$$Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$$

2. मुख्य परिणाम :

प्रस्तुत प्रपत्र में निम्नलिखित छः समाकलों का मान ज्ञात किया जावेगा जो नवीन प्रतीत होते हैं ।

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\ (1-x)^{\rho}\ [1+ax+b(1-x)]^{-2\rho-1}$$

$$\cdot\ {}_2F_1\left(\alpha,\ \beta;\ \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);\quad \frac{x(1+a)}{1+ax+b(1-x)}\right)dx$$

$$=\frac{2^{\alpha+\beta-2\rho-2}\ \Gamma(\rho)\ \Gamma\{\rho-\alpha/2-\beta/2)\ \Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{(\alpha-\beta)\ (1+a)^{\rho}\ (1+b)^{\rho+1}\ \Gamma(\alpha)\ \Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\ \Gamma(\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\ \Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\ \Gamma(\alpha/2)\ \Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \quad (2.1)$$

जहाँ

$$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$$

a और b अनृण अचल हैं तथा व्यंजक $1+a$, $1+b$, $[1+ax+b(1-x)]$; $0\leqslant x\leqslant 1$ शून्य नहीं हैं ।

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\ (1-x)^{\rho-2}\ [1+ax+b(1-x)]^{-2\rho+1}$$

$$\cdot\ {}_2F_1\left(\alpha,\ \beta;\ \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta);\ \frac{x(1+a)}{1+ax+b(1-x)}\right)dx$$

$$=\frac{2^{-2\rho+\alpha+\beta-1}\ \Gamma(\rho-1)\ \Gamma(\alpha/2+\beta/2)\ \Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{(1+a)^{\rho}\ (1+b)^{\rho-1}\ \Gamma(\alpha)\ \Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\ \Gamma(\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2-1/2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\ \Gamma(\alpha/2)\ \Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \quad (2.2)$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>2$

a और b अनृण अचल हैं तथा व्यंजक $1+a,\ 1+b,\ [1+ax+b(1-x)];\ 0\leqslant x\leqslant 1$ शून्य नहीं हैं।

$$\int_0^{\pi/2} e^{i(2\rho+1)\theta} (\sin\theta)^{\rho} (\cos\theta)^{\rho-1}\,.\,{}_2F_1(\alpha,\beta;\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);e^{i\theta}\cos\theta)\,d\theta$$

$$=\frac{e^{i\pi(\rho+1)/2}\,\Gamma(\rho)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+2}\,\Gamma(\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \quad (2.3)$$

जहाँ

$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

$$\int_0^{\pi/2} e^{i\pi(2\rho-1)\theta} (\sin\theta)^{\rho-2} (\cos\theta)^{\rho-1}\,.\,{}_2F_1(\alpha,\beta,\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta);e^{i\theta}\cos\theta)\,d\theta$$

$$=\frac{e^{i\pi(\rho-1)/2}\,\Gamma(\rho-1)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1/2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \quad (2.4)$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$

$$\int_0^{\pi/2} e^{i(2\rho+1)\theta} (\sin\theta)^{\rho-1} (\cos\theta)^{\rho}\,.\,{}_2F_1(\alpha,\beta;\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);e^{i(\theta-\pi/2)}\sin\theta)\,d\theta$$

$$=\frac{e^{i\pi\rho/2}\,\Gamma(\rho)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1}{2^{2\rho-\alpha-\beta+2}\,(\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \quad (2.5)$$

जहाँ

$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

$$\int_0^{\pi/2} e^{i(2\rho-1)\theta} (\sin\theta)^{\rho-1} (\cos\theta)^{\rho-2}\,.\,{}_2F_1(\alpha,\beta;\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta);e^{i(\theta-\pi/2)}\sin\theta)\,d\theta$$

$$=\frac{e^{i\pi\rho/2}\,\Gamma(\rho-1)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{2^{\rho-\alpha-\beta+1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\ \Gamma(\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2-1/2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2\ \Gamma(\alpha/2)\ \Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \tag{2.6}$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$

3. उपपत्ति : (2.1) को सिद्ध करने के लिए वाम पक्ष को I द्वारा सूचित करते हैं, समाकलन तथा संकलन के क्रम को बदलते हैं जो अन्तराल $(0, 1)$ में श्रेणी के एकसमान अभिसरण की शर्तों के कारण वैध हैं। तत्पश्चात् समाकल का मान ज्ञात सूत्र की सहायता से ज्ञात करते हैं और तब श्रेणियों को जोड़ते हैं जिससे हमें

$$I=\frac{\Gamma(\rho)\ \Gamma(\rho+1)}{(1+a)^{\rho}\ (1+b)^{\rho+1}\ \Gamma(2\rho+1)}\cdot {}_3F_2\ (\alpha,\ \beta,\ \rho;\ \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2),\ 2\rho+1;\ 1)$$

प्राप्त होता है।

अब दक्षिण पक्ष में उपर्युक्त ${}_3F_2$ को (1.1) की सहायता से श्रेणी के रूप में व्यक्त करते हैं तो थोड़े से सरलीकरण के बाद हमें वांछित परिणाम (2.1) की प्राप्ति होती है। इसी प्रकार अन्य परिणाम ज्ञात किये जा सकते हैं।

4. विशिष्ट दशाएँ :

कुछ रोचक विशिष्ट दशाएँ निम्नलिखित हैं :

1. (2.1) एवं (2.2) में $a=b$ रखने पर निम्न समाकल प्राप्त होते हैं जो कि नवीन प्रतीत होते हैं।

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\ (1-x)^{\rho}\cdot {}_2F_1\ (\alpha,\ \beta;\ \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);\ x)\ dx$$

$$=\frac{2^{\alpha+\beta-2\rho-2}\ \Gamma(\rho)\ \Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\ \Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{(\alpha-\beta)\ \Gamma(\alpha)\ \Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\ \Gamma(\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\ \Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\ \Gamma(\alpha/2)\ \Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \tag{4.1}$$

जहाँ

$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

$$\int_0^1 x^{\rho-1}\ (1-x)^{\rho-2}\cdot {}_2F_1\ (\alpha,\ \beta;\ \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta;\ x)\ dx$$

$$=\frac{2^{2\rho-\alpha-\beta+1}\ \Gamma(\rho-1)\ \Gamma(\alpha/2+\beta/2)\ \Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{\Gamma(\alpha)\ \Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1/2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\beta-1/2)}\right\} \qquad (4.2)$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$

2. हम (2.3) एवं (2.4) से निम्नलिखित समाकल को सीधे प्राप्त कर सकते हैं इसलिये ये यहाँ बिना उपपत्ति के दिये जा रहे हैं :

$$\int_0^{\pi/2}\cos(2\rho+1)\theta\,(\sin\theta)^{\rho}\,(\cos\theta)^{\rho-1}\,.\,{}_2F_1\left(\alpha,\beta;\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);e^{i\theta}\cos\theta\right)d\theta$$

$$=\frac{\cos\pi(\rho+1)/2\,\Gamma(\rho)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+2}\,(\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \qquad (4.3)$$

जहाँ

$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

$$\int_0^{\pi/2}\sin(2\rho+1)\theta\,(\sin\theta)^{\rho}\,(\cos\theta)^{\rho-1}\,.\,{}_2F_1\left(\alpha,\beta;\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta+2);e^{i\theta}\cos\theta\right)d\theta$$

$$=\frac{\sin\pi(\rho+1)/2\,\Gamma(\rho)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2+1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+2}\,(\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1/2)}-\frac{(2\rho+\alpha-\beta)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2+1)}\right\} \qquad (4.4)$$

जहाँ

$Re(\rho)>0,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

$$\int_0^{\pi/2}\cos(2\rho-1)\theta\,(\sin\theta)^{\rho-2}\,(\cos\theta)^{\rho-1}$$

$$.\,{}_2F_1\left(\alpha,\beta;\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta);e^{i\theta}\cos\theta\right)d\theta$$

$$=\frac{\cos\pi(\rho-1)/2\,\Gamma(\rho-1)\,\Gamma(\alpha/2+\beta/2)\,\Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+1}\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2+1/2)\,\Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2-1/2)}+\frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\,\Gamma(\alpha/2)\,\Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\,\Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \qquad (4.5)$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>2.$

$$\int_0^{\pi/2} \sin(2\rho-1)\theta\ (\sin\theta)^{\rho-2}\ (\cos\theta)^{\rho-1}$$

$$\cdot\ {}_2F_1\ (\alpha, \beta; \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta); e^{i\theta} \cos\theta)\ d\theta$$

$$= \frac{\sin \pi(\rho-1)/2\ \Gamma(\rho-1)\ \Gamma(\alpha/2+\beta/2)\ \Gamma(\rho-\alpha/2-\beta/2-1)}{2^{2\rho-\alpha-\beta+1}\ \Gamma(\alpha)\ \Gamma(\beta)}$$

$$\times\left\{\frac{(2\rho-\alpha+\beta-2)\ \Gamma(\alpha/2+1/2)\ \Gamma(\beta/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2)\ .\ \Gamma(\rho-\beta/2-1/2)} + \frac{(2\rho+\alpha-\beta-2)\ \Gamma(\alpha/2)\ \Gamma(\beta/2+1/2)}{\Gamma(\rho-\alpha/2-1/2)\ \Gamma(\rho-\beta/2)}\right\} \tag{4.6}$$

जहाँ

$Re(\rho)>1,\ Re(2\rho-\alpha-\beta)>0.$

इसी प्रकार से (2.6) एवं (2.6) के लिए भी विशिष्ट दशाएँ प्राप्त की जा सकती हैं।

निर्देश

1. लेवोई, जे० एल०, J. Australian Math. Soc. Ser. B, 1987, **29**, 216-220.

2. लेवोई, जे० एल०, ग्रोनडीन, एफ० तथा राठी, ए० के०, Mathematics of Computations में प्रकाशनार्थ प्रेषित, (1990).

3. मैकरॉबर्ट टी० एम०, Beta function formulae and integrals involving E-functions, Math. Annalaen, (1960-61)

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

मिश्रित रुद्धक पृष्ठ हेतु अभिकल्प का विकास

आई० आर० आर्य तथा एम० सी० हरित
केन्द्रीय सड़क अनुसन्धान संस्थान, नई दिल्ली

[प्राप्त—जनवरी 1, 1990]

सारांश

भारत सरकार के परिवहन मंत्रालय के सड़क-सेतु पक्ष द्वारा निर्दिष्ट मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये वर्गीकृत रोड़ी तथा इस पृष्ठ की मोटाई एवं रोड़ी की अधिकतम मोटाइ में 1/2 से 1/3 का अनुपात है। इस सिद्धान्त के अनुसार इस मिश्रण का टिकाऊपन इसके आन्तरिक स्थायित्व पर निर्भर करता है। इसलिए इस मिश्रण के लिये एक अभिकल्प का विकास करना आवश्यक है। यह अभिकल्प परिवहन मंत्रालय द्वारा निश्चित की गई बन्धक की मात्रा के बजाय रोड़ी के गुण और वर्गीकरण को ध्यान में रखते हुए बन्धक की इष्टतम मात्रा निश्चित करने में भी मदद करेगा। इस प्रपत्र में मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये एक अभिकल्प का विकास किया गया है।

Abstract

Development of design for Mix Seal Surfacing. *By* I. R. Arya and M. C. Harit, Central Road Research Institute, New Delhi.

The recipe specification for Mix Seal Surfacing issued by Ministry of Surface Transport contains graded aggregates with ratio between compacted thickness of Mix Seal Surfacing and the maximum size of aggregate used within 1/2 to 1/3. Hence internal stability of the mix comes into play which should be considered as it may contribute towards the performance of the mix. This calls for the need of designing the mix which will also help in determining the optimum binder content corresponding to type and grading of aggregate instead of fixed quantity of binder as specified by M. O. S. T. This paper deals with the development of design procedure for Mix Seal Surfacing.

भारत में सड़कों के निर्माण की बहुत सी विधियाँ प्रचलित हैं परन्तु मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के निर्माण की कोई विशेष विधि विकसित नहीं हुई है। इसका निर्माण भारत सरकार के परिवहन मंत्रालय के सड़क-सेतु पक्ष के विनिर्देशानुसार इस पृष्ठ को संहत किया जाता है। इस पृष्ठ की अभिहित मोटाई 25 मिलीमीटर होती है तथा इसमें प्रयुक्त डामरीयबन्धक से पूर्व मिश्रित उपयुक्त वर्गीकृत रोड़ीं का समावेश होता है। इस पृष्ठ के निर्माण के लिये दो संकेतों (अ) तथा (आ) का प्रचलन है। परन्तु इन दोनों संकेतों में से संकेत (आ) का प्रचलन अधिक है। संकेत (आ) की वर्गीकृत सीमाएँ हैं :—

छलनी आमाप	अतिक्रमण, प्रतिशत
12.5 मिलीमीटर	100
10 मिलीमीटर	70-100
4.75 मिलीमीटर	20-40
2.36 मिलीमीटर	5-20
7.5 माइक्रान	0-4

इस पृष्ठ के निर्माण के लिये रोड़ी तथा बन्धक की मात्रा प्रति 10 वर्गमीटर क्षेत्र के लिए 0.27 घनमीटर और 19 किलोग्राम निर्दिष्ट हैं।

इन विनिर्देशों से बने इस पृष्ठ के अवगुण इस प्रकार हैं।

(क) यदि सड़क निर्माण में संहत मोटाई वर्गीकृत उच्चतम आमाप की रोड़ी की दोगुनी हो तो उसका आन्तरिक स्थायित्व सार्थक होता है। मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के निर्माण की अवस्था में संहत मोटाई 25 मिलीमीटर होती है तथा इसमें 10 मिलीमीटर से 12.5 मिलीमीटर की रोड़ी का प्रयोग होता है। इसलिये आन्तरिक स्थायित्व के लिये इष्टतम बन्धक की मात्रा ज्ञात करने के लिए एक अभिकल्प विधि का विकास करना आवश्यक माना गया। विकसित अभिकल्प द्वारा इष्टतम बन्धक की प्रतिशत मात्रा परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट मात्रा से भिन्न हो सकती है।

(ख) सड़क निर्माण में मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये वर्तमान विनिर्देशों में डामरीय मिश्रण के इष्टतम बन्धक में कोई परिवर्तन नहीं सुझाया गया है जबकि बन्धक की इष्टतम मात्रा रोड़ी के वर्गीकरण, आपेक्षिक घनत्व, छिद्रों की बहुलता, आकार और पृष्ठ गठन जैसे अभिलक्षणों से अधिक प्रभावी होती है। जैसे कि निर्दिष्ट स्थूल वर्गीकृत रोड़ी में पृष्ठ का क्षेत्र कम होने के कारण बन्धक की इष्टतम मात्रा न्यून हो जायेगी एवं सूक्ष्म वर्गीकृत रोड़ी में इसका विपरीत होगा क्योंकि उसमें पृष्ठ का क्षेत्रफल बढ़ जाता है। परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट किया हुआ डामरीय बन्धक स्थूल वर्गीकृत रोड़ी के लिये अधिक हो सकता है जिससे प्रयोग किया जाने वाला डामरीय मिश्रण अधिक खर्जीला हो जायेगा। दूसरी ओर सूक्ष्म वर्गीकृत रोड़ी के लिये यही बन्धक की मात्रा न्यून हो जायेगी जिससे रोड़ी पर बन्धक की

भारत में सड़कों के निर्माण की बहुत सी विधियाँ प्रचलित हैं परन्तु मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के निर्माण की कोई विशेष विधि विकसित नहीं हुई है। इसका निर्माण भारत सरकार के परिवहन मंत्रालय के सड़क-सेतु पक्ष के विनिर्देशानुसार इस पृष्ठ को संहत किया जाता है। इस पृष्ठ की अभिहित मोटाई 25 मिलीमीटर होती है तथा इसमें प्रयुक्त डामरीयबन्धक से पूर्व मिश्रित उपयुक्त वर्गीकृत रोड़ी का समावेश होता है। इस पृष्ठ के निर्माण के लिये दो संकेतों (अ) तथा (आ) का प्रचलन है। परन्तु इन दोनों संकेतों में से संकेत (आ) का प्रचलन अधिक है। संकेत (आ) की वर्गीकृत सीमाएँ हैं :—

छलनी आमाप	अतिक्रमण, प्रतिशत
12.5 मिलीमीटर	100
10 मिलीमीटर	70-100
4.75 मिलीमीटर	20-40
2.36 मिलीमीटर	5-20
7.5 माइक्रान	0-4

इस पृष्ठ के निर्माण के लिये रोड़ी तथा बन्धक की मात्रा प्रति 10 वर्गमीटर क्षेत्र के लिए 0.27 घनमीटर और 19 किलोग्राम निर्दिष्ट हैं।

इन विनिर्देशों से बने इस पृष्ठ के अवगुण इस प्रकार हैं।

(क) यदि सड़क निर्माण में संहत मोटाई वर्गीकृत उच्चतम आमाप की रोड़ी की दोगुनी हो तो उसका आन्तरिक स्थायित्व सार्थक होता है। मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के निर्माण की अवस्था में संहत मोटाई 25 मिलीमीटर होती है तथा इसमें 10 मिलीमीटर से 12.5 मिलीमीटर की रोड़ी का प्रयोग होता है। इसलिये आन्तरिक स्थायित्व के लिये इष्टतम बन्धक की मात्रा ज्ञात करने के लिए एक अभिकल्प विधि का विकास करना आवश्यक माना गया। विकसित अभिकल्प द्वारा इष्टतम बन्धक की प्रतिशत मात्रा परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट मात्रा से भिन्न हो सकती है।

(ख) सड़क निर्माण में मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये वर्तमान विनिर्देशों में डामरीय मिश्रण के इष्टतम बन्धक में कोई परिवर्तन नहीं सुझाया गया है जबकि बन्धक की इष्टतम मात्रा रोड़ी के वर्गीकरण, आपेक्षिक घनत्व, छिद्रों की बहुलता, आकार और पृष्ठ गठन जैसे अभिलक्षणों से अधिक प्रभावी होती है। जैसे कि निर्दिष्ट स्थूल वर्गीकृत रोड़ी में पृष्ठ का क्षेत्र कम होने के कारण बन्धक की इष्टतम मात्रा न्यून हो जायेगी एवं सूक्ष्म वर्गीकृत रोड़ी में इसका विपरीत होगा क्योंकि उसमें पृष्ठ का क्षेत्रफल बढ़ जाता है। परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट किया हुआ डामरीय बन्धक स्थूल वर्गीकृत रोड़ी के लिये अधिक हो सकता है जिससे प्रयोग किया जाने वाला डामरीय मिश्रण अधिक खर्जीला हो जायेगा। दूसरी ओर सूक्ष्म वर्गीकृत रोड़ी के लिये यही बन्धक की मात्रा न्यून हो जायेगी जिससे रोड़ी पर बन्धक की

फिल्म अल्प हो जायेगी और उसका टिकाऊपन कम हो जायेगा। अधिक आपेक्षिक घनत्व की रोड़ी का घनत्व अधिक होता है इसलिये इस रोड़ी के डामरीय मिश्रण के लिये बन्धक की मात्रा भी न्यून ही होगी। इसी प्रकार विभिन्न आकार की रोड़ी का घनत्व भी भिन्न होगा जिसके लिये निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा सुसंगत नहीं होगी। रोड़ी में छिद्रों की विभिन्नता तथा पृष्ठ गठन के अभिलक्षणों से बन्धक की निर्दिष्ट मात्रा परिवर्तित हो जायेगी। उपर्युक्त को ध्यान में रखते हुए मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये एक अभिकल्प विधि का विकास करना आवश्यक हुआ। नई विधि को विकसित करते समय उपर्युक्त प्रचलों को ध्यान में रखते हुए बन्धक की इष्टतम मात्रा का मूल्यांकन करना होगा।

प्रत्यक्ष में मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिए अभिकल्प मार्शल स्थायित्व परीक्षण ही चयनित है। परन्तु यह परीक्षण विधि स्थूल वर्गीकृत मिश्रण के 60° सेन्डीग्रेड पर स्थायित्व मूल्यांकन में नियोजित नहीं हो सकती। दूसरे मार्शल स्थायित्व ज्ञात करने के लिये निर्माण स्थल पर यन्त्र की प्राप्ति आसानी से न हो तथा तीसरे जिस प्रकार डामरीय कंक्रीट मिश्रण में बहाव, खनिज रोड़ी में रिक्तियों की मात्रा तथा बन्धक द्वारा रिक्तियों की पूर्ति का मूल्यांकन करना आवश्यक है, मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के अभिकल्प में नहीं। अतः एक संहत घनत्व और अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य जैसे दोनों अभिलक्षणों को ज्ञात करने के हेतु एक सरल अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण विधि विकसित करने की आवश्यकता हुई। इन परिणामों से मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिये प्रयोग में लाये गये डामरीय मिश्रण में बन्धक की इष्टतम मात्रा की गणना करके प्रयोग में लाया जा सकता है।

प्रयोगात्मक

एकवर्गी डामरीय मिश्रण के अभिकल्प के लिये केन्द्रीय सड़क अनुसन्धान संस्थान ने मार्शल स्थायित्व परीक्षण विधि को अपनाने के लिये निर्देश दिये जिसमें मिश्रण का स्थायित्व 60° सेन्टीग्रेड के स्थान पर 40°सेन्टीग्रेड का परिवर्तन किया गया। परन्तु विकसित विधि को ग्रहण करने में परीक्षण ताप 25° सेन्टीग्रेड रखना निश्चित किया गया। यह उपयुक्त ताप, निर्माण स्थल प्रयोगशाला में सरलता से प्राप्त किया जा सकता है। मार्शल स्थायित्व परीक्षण तथा अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण में प्रतिरूप निर्माण में ताप 140-150° सेन्टीग्रेड रखा गया। अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण के लिये प्रतिरूप का विस्तार 10 सेन्टीमीटर व्यास तथा 10 सेन्टीमीटर ऊँचाई निश्चित की गई। इस सरलीकृत विधि में प्रयोगशाला में प्रतिरूप परीक्षण में संहत स्थैतिक रखा गया। इस प्रकार सर्वप्रथम मार्शल स्थायित्व परीक्षण में प्राप्त घनत्व के अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण में प्राप्त करने के लिये समान स्थैतिक भार ज्ञात करना आवश्यक माना गया।

प्रयोगशाला में अध्ययन करते समय स्थूल तथा सूक्ष्म वर्गीकृत समुच्चयों का चयन किया गया जो इस प्रकार है (अगले पृष्ठ पर देखें)।

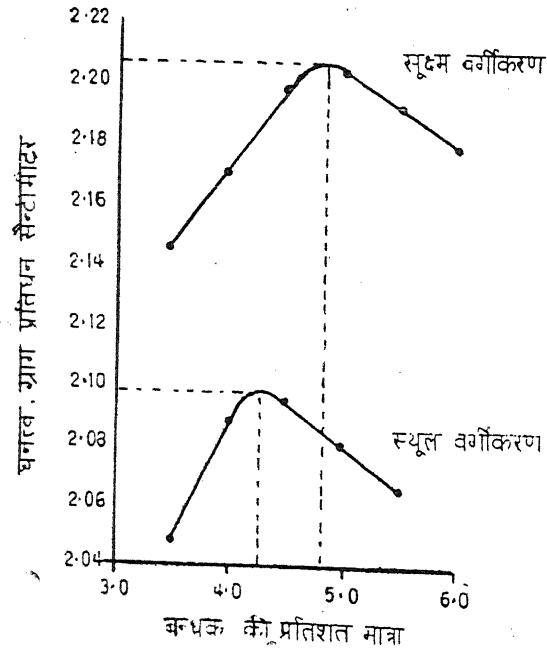
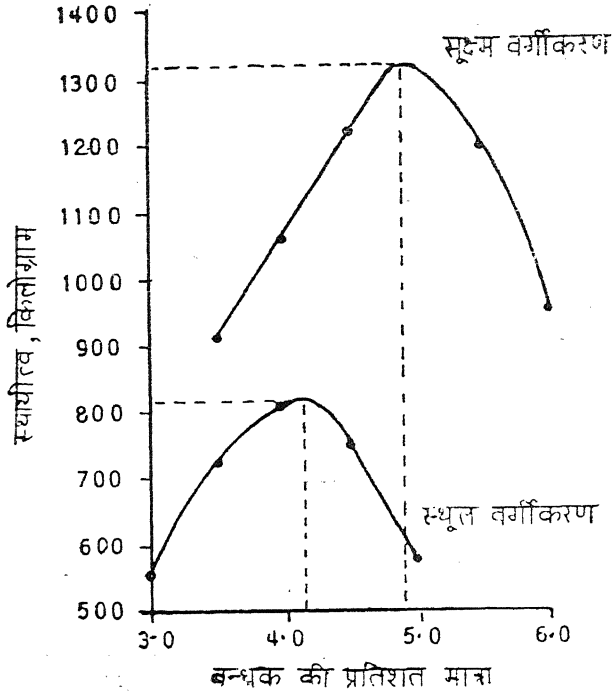
स्थूल एवं सूक्ष्म वर्गों से डामरीय मिश्रण के प्रतिरूपों का मार्शल स्थायित्व परीक्षण विधि से परीक्षण किया गया जिसमें बन्धक की मात्रा भिन्न-भिन्न रखी गई। यद्यपि प्रतिरूपों के बनाने में

छलनी अमाप	अतिक्रमण, प्रतिशत	
	स्थूल वर्ग	सूक्ष्म वर्ग
12.5 मिलीमीटर	100	100
10 मिलीमीटर	70	100
8.75 मिलीमीटर	20	40
2.36 मिलीमीटर	5	20
75 माइक्रान	0	4

ताप 145-150° सेन्टीग्रेड रखा गया परन्तु मार्शल स्थायित्व परीक्षण 40° सेन्टीग्रेड रखा गया। परि-णामों को चित्र 1 तथा 2 में दर्शाया गया है। दोनों चित्रों से स्थूल वर्ग में उच्चतम घनत्व त स्थायित्व के लिए बन्धक की इष्टतम मात्रा 4.25 और 4.15 प्रतिशत तथा सूक्ष्म वर्ग में 4.80 अ 4.90 प्रतिशत एवं इनका घनत्व 2.097 तथा 2.206 ग्राम प्रति घनसेन्टीमीटर है। परन्तु परिवह मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा से दोनों वर्गों का घनत्व क्रमानुसार 2.060 और 2.166 ग्र प्रति घनसेन्टीमीटर प्राप्त हुआ। स्पष्ट है कि संहत घनत्व मान बन्धक की इष्टतम मात्रा प्रयोग क

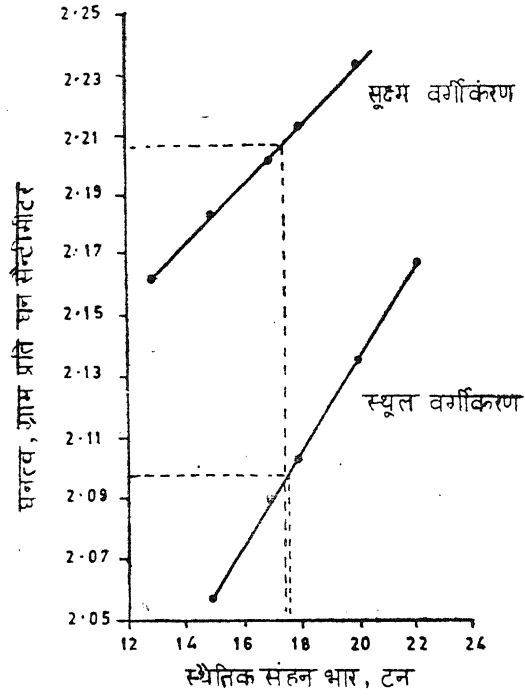
चित्र 1 : मार्शल स्थायित्व परीक्षण द्वारा प्राप्त बन्धक की मात्रा तथा घनत्व में सम्बन्ध

छलनी अमाप	अतिक्रमण, प्रतिशत	
	स्थूल वर्ग	सूक्ष्म वर्ग
12.5 मिलीमीटर	100	100
10 मिलीमीटर	70	100
8.75 मिलीमीटर	20	40
2.36 मिलीमीटर	5	20
75 माइक्रान	0	4

ताप 145-150° सेन्टीग्रेड रखा गया परन्तु मार्शल स्थायित्व परीक्षण 40° सेन्टीग्रेड रखा गया। परिणामों को चित्र 1 तथा 2 में दर्शाया गया है। दोनों चित्रों से स्थूल वर्ग में उच्चतम घनत्व तथा स्थायित्व के लिए बन्धक की इष्टतम मात्रा 4.25 और 4.15 प्रतिशत तथा सूक्ष्म वर्ग में 4.80 और 4.90 प्रतिशत एवं इनका घनत्व 2.097 तथा 2.206 ग्राम प्रति घनसेन्टीमीटर है। परन्तु परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा से दोनों वर्गों का घनत्व क्रमानुसार 2.060 और 2.166 ग्राम प्रति घनसेन्टीमीटर प्राप्त हुआ। स्पष्ट है कि संहत घनत्व मान बन्धक की इष्टतम मात्रा प्रयोग करने

चित्र 1 : मार्शल स्थायित्व परीक्षण द्वारा प्राप्त बन्धक की मात्रा तथा घनत्व में सम्बन्ध

चित्र 2 : मार्शल स्थायित्व परीक्षण द्वारा प्राप्त बन्धक की मात्रा तथा स्थायित्व में सम्बन्ध

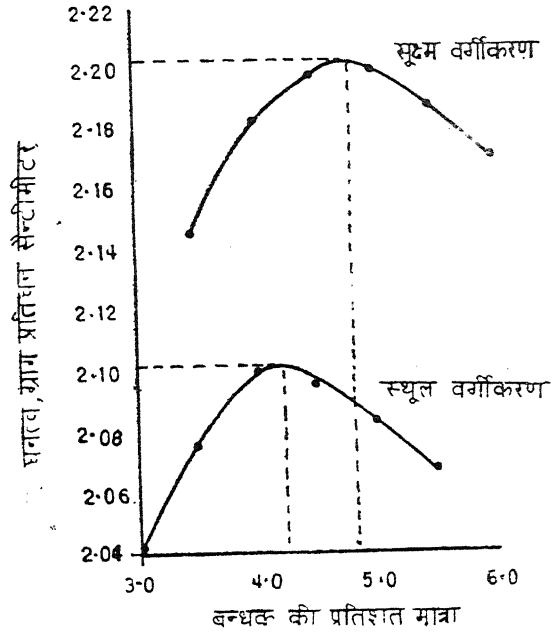
पर उन्नत है। बन्धक की इष्टतम मात्रा प्रयोग करने पर उच्चतम स्थायित्व दोनों वर्गों में 8.15 तथा 1320 किलोग्राम आता है जबकि निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा प्रयोग में लाने से केवल 675 तथा 1220 किलोग्राम आता हैं। इस प्रकार मिश्रण का स्थायित्व बन्धक की उपयुक्त मात्रा प्रयोग में लाने से उन्नत होता है।

उपर्युक्त परीक्षण में मानों को ध्यान में रखते हुए बन्धक की विभिन्न मात्राओं से दोनों वर्गों से स्थैतिक भार से परिबद्ध संपीडन परीक्षण के लिए प्रतिरूपों का निर्माण किया गया। परीक्षण मानों को चित्र 3 में प्रदर्शित किया। इस चित्र को देखने पर स्थूल तथा सूक्ष्म वर्ग के 2.097 तथा 2.206 ग्राम प्रति घन सेन्टीमीटर के घनत्व को औसत 17.5 टन स्थैतिक भार द्वारा प्राप्त किया जा सकता है।

उपर्युक्त औसत स्थैतिक 17.5 टन भार से बन्धक की विभिन्न मात्राओं पर अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण के लिए प्रतिरूपों का निर्माण किया गया। तत्पश्चात् इन प्रतिरूपों का घनत्व और परिबद्ध संपीडन सामर्थ्य चित्र 4 और 5 से प्राप्त किया। इनकी सहायता से उच्चतम अपरिबद्ध तथा घनत्व के लिए बन्धक की मात्रा स्थूल वर्ग में 4.2 और 4.1 प्रतिशत और सूक्ष्म वर्ग में 4.8 और 4.8

चित्र 3 : अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण प्रतिरूपों के लिए घनत्व तथा स्थैतिक सहन भार में सम्बन्ध

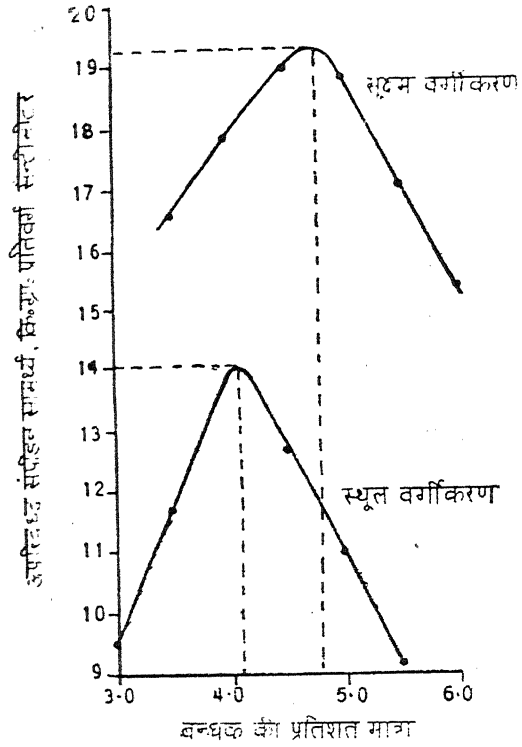
प्रतिशत प्राप्त होती है। बन्धक की ये मात्रायें पूर्ववर्णित मार्शल स्थायित्व परीक्षण से प्राप्त मात्राओं के समान ही हैं। इसी प्रकार इस परीक्षण में प्राप्त घनत्व की मात्रा भी पूर्व अनुसार ही है। स्पष्ट है कि इस सरल अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण से विश्बसनीय परीक्षण परिणाम प्राप्त करने सम्भव हैं। उच्चतम अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य के लिए बन्धक की मात्रा स्थूल वर्ग में 14.1 किलोग्राम तथा सूक्ष्म वर्ग में 19,3 किलोग्राम प्रति वर्गमीटर आती है। परन्तु परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा को प्रयोग करके जो अपरिवद्ध संपीडत सामर्थ्य प्राप्त होती है वही सामर्थ्य दोनों वर्गों में 9.9 किलोग्राम प्रति वर्गमीटर तथा 16.4 किलोग्राम प्रति वर्गमीटर बन्धक की मात्रा की गणना होती है। इससे स्पष्ट है कि बन्धक की उपयुक्त मात्रा से मिश्रण की अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य दोनों वर्गों में उन्नत होती है।

विवेचना

परिवहन मंत्रालय के विनिर्देशों के अनुसार स्थूल वर्ग में रोड़ी की मात्रा 0.27 घनमीटर तथा बन्धक की मात्रा 19 किलोग्राम है। ये मात्राएँ 10 वर्गमीटर क्षेत्रफल के लिए निर्दिष्ट हैं। इसमें रोड़ी

चित्र 4 : अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण में बन्धक की मात्रा तथा घनत्व में सम्बन्ध

का घनत्व 1517 किलोग्राम प्रति घनमीटर है। इस प्रकार रोड़ी को 0.27 घनमीटर आयतन का भार 410 किलोग्राम होता है तथा बन्धक की मात्रा 4.64 प्रतिशत आती है। इसी प्रकार सूक्ष्म वर्ग में 0.27 घनमीटर रोड़ी की मात्रा जिसका घनत्व 1622 किलोग्राम प्रति घनमीटर है; बन्धक की मात्रा 4.34 प्रतिशत आती है। उपर्युक्त विवेचन सारणी 1 में स्पष्ट रूप से प्रदर्शित है।

सारणी 1

	बन्धक की इष्टतम प्रतिशत मात्रा		बन्धक मात्रा, किलोग्राम प्रति 10 वर्ग मी० क्षेत्र	
वर्गीकृत रोड़ी संकेत	परिवहन मंत्रालय विनिर्देश	प्रयोगशाला अध्ययन	परिवहन मंत्रालय विनिर्देश	प्रयोगशाला अध्ययन
स्थूल वर्ग	4.64	4.15	19.0	17.0
सूक्ष्म वर्ग	4.34	4.80	19.0	21.0

चित्र 5 : बन्धक की मात्रा तथा अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण में बन्धक की मात्रा तथा घनत्व में सम्बन्ध

यह सत्य है कि परिवहन मंत्रालय विनिर्देशानुसार यदि स्थूल तथा सूक्ष्म वर्गों में बन्धक की 19.0 किलोग्राम मात्रा प्रति 10 वर्गमीटर क्षेत्र से मिलाकर अधिक खर्चीला डामरीय मिश्रण प्राप्त होता तथा उसका टिकाऊपन भी हो जाता है। दोनों बाह्य वर्गीकृत रोड़ी में बन्धक की इष्टतम प्रतिशत मात्रा निश्चित बन्धक की मात्रा से ±1 1 प्रतिशत होती है।

सारणी 2 से स्पष्ट है कि यदि रोड़ी का आपेक्षिक घनत्व 2·6 हो जो कि न्यून है तो उसका घनत्व स्थूल तथा सूक्ष्म वर्ग के लिए 1483 तथा 1585 किलोग्राम प्रति घनमीटर होगा और यदि इनमें निश्चित 19.0 किलोग्राम प्रति 10 वर्गमीटर क्षेत्र में डामर प्रयोग किया जाए तो बन्धक की प्रतिशत इष्टतम मात्रा क्रमानुसार 4.75 और 4·44 होगी। इसी प्रकार यदि रोड़ी का आपेक्षिक घनत्व 2·9 हो जो कि अधिक है तो उसका घनत्व स्थूल तथा सूक्ष्म वर्ग के लिए 1654 तथा 1768 किलोग्राम प्रति घनमीटर होगा और उपर्युक्त के अनुसार निर्दिष्ट बन्धक की मात्रा प्रयोग करने पर बन्धक की प्रतिशत इष्टतम मात्रा 4.26 तथा 3.98 होगी।

सारणी 2

रोड़ी का आपेक्षिक घनत्व	रोड़ी का वर्गीकरण	घनत्व, ग्राम प्रति घन सेन्टीमीटर	बन्धक की विनिर्दिष्ट मात्रा, किग्रा० प्रति 10 वर्गमीटर	विनिर्दिष्ट बन्धक की प्रतिशत मात्रा
2.6	स्थूल	1483	19.0	4.75
2.6	सूक्ष्म	1585	19.0	4.44
2.9	स्थूल	1654	19.0	4.26
2.9	सूक्ष्म	1768	19.0	3.98

इससे स्पष्ट है कि बन्धक की निर्दिष्ट मात्रा से रोड़ी पर बन्धक की परत न्यून अथवा अधिक होगी। मिश्रित रुद्धक पृष्ठ में प्रयोग की जाने वाली रोड़ी के वर्गीकरण, आपेक्षिक घनत्व, छिद्रों की बहुलता, आकार और पृष्ठ-गठन जैसे अभिलक्षणों को ध्यान में रखकर इसके लिए डामरीय मिश्रण का अभिकल्प करना होगा। इसके लिए मार्शल स्थायित्व परीक्षण प्रयोग में लाया जा सकता है जबकि परीक्षण का ताप 60 सेन्टीग्रेड से 40 सेन्टीग्रेड करना होगा और बन्धक की प्रतिशत इष्टतम मात्रा केवल दो प्राचलों—उच्चतम घनत्व तथा स्थायित्व—से प्राप्त करनी होगी।

प्रयोगशाला अध्ययन से स्पष्ट है कि मार्शल स्थायित्व परीक्षण की अपेक्षा अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण सरल है तथा इससे परिणाम शीघ्र प्राप्त हो जाते हैं।

उपर्युक्त दोनों परीक्षणों से प्राप्त परिणाम सारणी 3 में दर्शाये गये हैं।

सारणी 3

रोड़ी का वर्गीकृत संकेत	उच्चतम घनत्व ग्राम प्रति घनसेंटीमीटर	
	मार्शल स्थायित्व परीक्षण	अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण
स्थूल वर्ग	2.097	2.102
सूक्ष्म वर्ग	2,206	2.203

उपर्युक्त परिणामों से स्पष्ट है कि दोनों परीक्षणों से घनत्व के परिणाम एकसमान हैं तथा इनसे सड़क निर्माण के समय संहत की स्थिति को निश्चित किया जा सकता है जिससे सड़क का टिकाऊपन अधिक हो जाएगा।

निष्कर्ष

(अ) भारत सरकार के परिवहन मंत्रालय द्वारा निर्दिष्ट 19.0 किलोग्राम प्रति 10 वर्गमीटर क्षेत्र के लिए बन्धक की मात्रा की अपेक्षा मिश्रित रुद्धक पृष्ट के लिए डामरीय मिश्रण के अभिकल्प द्वारा आवश्यक है।

(आ) बन्धक की उपयुक्त इष्टतम मात्रा से मिश्रित रुद्धक पृष्ठ का टिकाऊपन बढ़ जाता है तथा खर्च भी कम होगा।

(इ) बन्धक की इष्टतम मात्रा का मूल्यांकन करते समय रोड़ी के वर्गीकरण, आपेक्षिक घनत्व, छिद्रों की बहुलता, आकार और पृष्ठ-गठन जैसे अभिलक्षणों को ध्यान में रखना अति आवश्यक है।

(ई) मिश्रित रुद्धक पृष्ठ के लिए डामरीय मिश्रण का अभिकल्प मार्शल स्थायित्व परीक्षण अथवा अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण से किया जा सकता है।

(उ) मार्शल स्थायित्व परीक्षण 40 सेन्टीग्रेड ताप पर करना होगा जबकि अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण का ताप 25 सेन्टीग्रेड रखना होगा।

(ऊ) दोनों परीक्षणों के परिणाम एक समान हैं परन्तु अपरिबद्ध संपीडन सामर्थ्य परीक्षण सरल है।

(ए) उच्चतम घनत्व के मान से सड़क निर्माण स्थल पर संहत की स्थिति को सुधारा जा सकता है।

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

संहत दूरीक समष्टि पर स्थिर बिन्दु प्रतिचित्रण

सुशील शर्मा

गणित विभाग, शासकीय स्नातकोत्तर महाविद्यालय, झाबुआ (म० प्र०)

तथा

रवि डावर

गणित अध्ययनशाला, विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जैन (म० प्र०)

[प्राप्त—फरवरी 2, 1990]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में संहत दूरीक समष्टि में फिशर तथा खान के परिणामों तथा यूल के अनुप्रयोग का उपयोग किया गया है।

Abstract

Fixed point mappings on compact metric spaces. *By* Susheel Sharma, Mathematics Department, Government P. G. College, Jhabua and Ravi Dawar, Studies in Mathematics, Vikram University, Ujjain (M. P.).

In this paper we extend the result of Fisher and Khan using application of Yuel. We prove the theorem for continuous composite function.

प्रस्तुत प्रपत्र के परिणामों की प्रेरणा का आधार फिशर[1] तथा खान[2] के शोध पत्र हैं। उन्होंने सिद्ध किया है कि संहत दूरीक समष्टि (X, d) के संतत प्रतिचित्रण T में एक अद्वितीय स्थिर बिन्दु होता है यदि T निम्नलिखित की तुष्टि करे

$$d(T_x, T_y) < \tfrac{1}{2}(d(x, T_y)+d(y, T_z))$$

अथवा

$$d(T_x, T_y) < (d(x, T_x)\, d(y, T_y))^{1/2}$$

X में समस्त x, y के लिए जिसमें $x \neq y$.

यूल[3] ने सिद्ध किया है संतत वंधित दूरीक समष्टि में संतत प्रतिचित्रण S और T में एक अद्वितीय उभयनिष्ठ स्थिर बिन्दु होता है यदि वे निम्नलिखित प्रतिबन्ध की तुष्टि करें ।

$$[d(S_x, T^2_y)]^2 \leqslant \alpha \max\, [d(x, S_x)\, d(x, T^2_y),\, d(T_y, T^2_y)],$$

X में समस्त x, y के लिए जबकि

$$0 \leqslant \alpha < \tfrac{1}{2}$$

एवं यदि

$$ST = TS$$

इस प्रपत्र का उद्देश्य फिशर तथा खान के परिणामों को यूल के अनुप्रयोग के उपयोग सहित अधिक सामान्य स्थिति तक विस्तारित करना है । तत्सम्बद्ध परिणामों हेतु यूल[3], सिरिक[4] तथा रोड्स[5] देखें ।

प्रमेय :

माना कि S एवं T किसी अरिक्त संहत दूरीक समष्टि (X, d) के प्रतिचित्रण हैं जिससे कि

(i) $d[(ST)^n_x, (ST)^n_y] < h[d(x, y), d(x, (ST)x), d(y, (ST)y), d(x, (ST)y),$

$d(y, ST)x))\, (d(x, y))^{-1}\, d(x, (ST)x)\, d(y, (ST)y).$

$a(x, y)\, d(x, (y, ST)y)\, d(y, ST)x),$

$b(x, y)\, (d(y, (ST)x)\, d(x, (ST)y))^{1/2})$

तुष्टि होती है $X \neq y$ संहत X में समस्त x, y के लिए जहाँ $n = n(x, y)$ एक धन पूर्णांक है तथा $ST = TS$;

(ii) $a(x, y)$ तथा $b(x, y)$ अनृण वास्तविक फलन हैं;

(iii) $h(R^+)^8 \rightarrow PR^+ \equiv [0, \infty)$ प्रत्येक निर्देशी चर में अह्रासमान हैं तथा

$$g(t) = h(t, t, t, k_1 t, k_2 t, t, t) \leqslant t$$

प्रत्येक $t>0$ के लिए जहाँ $K_1+K_2 \leqslant 2$ तब ST का एक स्थिर बिन्दु होता है। यदि साथ ही $a(x, y) \leqslant (d(x, y))^{-1}$ तथा $b(x, y) \leqslant 1$, तो ST एवं TS का एक अद्वितीय स्थिर बिन्दु होता है।

प्रमेय की उपपत्ति हेतु हमें निम्नलिखित प्रमेयिका की आवश्यकता होगी।

प्रमेयिका : यदि S और T दो संतत प्रतिचित्रण हैं तो संयुक्त प्रतिचित्रण ST अथवा TS भी संतत होते हैं।

प्रमेय की उपपत्ति :

X पर वास्तविक मान वाला फलन f निम्नलिखित सम्बन्ध द्वारा परिभाषित होता है :

$$f(x)=d(x, (ST)_x)$$

क्योंकि d तथा ST संतत फलन हैं। अर्थात् f, X पर संतत फलन है। चूँकि X संहत है अतः अपने न्यूनतम मान को प्राप्त हो लेता है। अतः X पर u एक ऐसा बिन्दु है कि

$$f(u)=\inf [f(x); x \in X]$$

यदि $u \neq (ST)u$ तो (i) से यह निष्कर्ष निकलता है कि

$$\begin{aligned}
f[(ST)^n{}_u] &= d[(ST)^n{}_u, (ST)^n (ST)_u] \\
&\leqslant h[d(u, (ST)_u, d(u, (ST)_u), d((ST)_u, (ST)^2{}_u), d(u, (ST)^2)_u), \\
&\quad d((ST)_u, (ST)_u), (d(u, (ST)_u))^{-1} d(u, (ST)_u) d((ST)_u, (ST)^2{}_u), \\
&\quad 0, b(u, (ST)_u) (d((ST)_u, (ST)_u d(u, (ST)^2{}_u))^{1/2}] \\
&\leqslant h[d((ST)_u, (ST)^2{}_u) d((ST)_u, (ST)^2{}_u), d((ST)_u, (ST)^2{}_u), \\
&\qquad 2d((ST)_u, (ST)^2{}_u), 0, d((ST)_u, (ST)^2{}_u), 0, 0] \\
&\leqslant g\, d((ST)_u, (ST)^2{}_u) \leqslant d((ST)_u, (ST)^2{}_u)=f((ST)_u)
\end{aligned}$$

इसी प्रकार

$$f[(ST)^n{}_u] < f[(ST)_u]$$

जो कि विरोध है। यह विरोध सिद्ध करता है कि

$$(ST)_u=u$$

इसी तरह $(TS)_u=u$ क्योंकि $ST=TS$

यह सिद्ध करने के लिए कि u अद्वितीय है

$$a(x, y) \leqslant (d(x, y))^{-1} \text{ एवं } b(x, y) \leqslant 1 \text{ के लिए।}$$

माना कि $v(\neq u)$, ST का एक स्थिर बिन्दु है। तब

$$\begin{aligned} d(u, v) &= d((ST)_u^n, (ST)_v^n) \\ &< h(d(u, v)\, d(u, u), d(v, v), d(u, v), d(v, u), 0, \\ &\quad d(u, v)\, d(u, v)) \leqslant g(d(u, v)) \leqslant d(u, v) \end{aligned}$$

क्योंकि कुछ $n=n(u, v)$, किन्तु यह असम्भव है क्योंकि

$$(ST)_u = u = (ST)_u^n$$

एवं

$$(ST)_v = v = (ST)_v^n$$

इसी प्रकार

$$(TS)u = u = (TS)_u^n$$

एवं

$$(TS)v = v = (TS)_v^n$$

क्योंकि

$$ST = TS$$

अन्ततः उपपत्ति पूर्ण हुई।

उपप्रमेय

माना कि S तथा T अरिक्त संहत दूरीक समष्टि (X, d) के संतत प्रतिचित्रण हैं जिससे निम्नलिखित की तुष्टि होती है।

$$\begin{aligned} d((ST)_x^n, (ST)_y^n) < \max [&d(x, y), \tfrac{1}{2}(d(x, (ST)_y + d(y, (ST)_y)), \\ &\tfrac{1}{2}(d(x, (ST)_y) + d(y, (ST)_x)), \\ &(d(x. x))^{-1} d(x, (ST)_x)\, d(y, (ST)_y), \\ &a(x, y)\, d(x, (ST)_y)\, d(y, (ST)_x), (d(x, (ST)_x)\, d(y, (ST)_y))^{1/2} \\ &b(x, y)\, (d(y, (ST)_x)\, d(x, (ST)_y))^{1/2}] \end{aligned}$$

X में समस्त $x \neq y$ वाले समस्त x, y के लिए जहाँ $n=n(x, y)$ एक धन पूर्णांक है तथा $a(x, y)$, $b(x, y)$ अनृण वास्तविक फलन है तब ST का स्थिर बिन्दु होता है। यदि साथ ही $a(x, y) \leqslant (d(x, y))^{-1}$ तथा $b(x, y) \leqslant 1$ एवं $ST=TS$, तो ST एवं TS का एक अद्वितीय स्थिर बिन्दु होता है।

टिप्पणी : इस प्रमेय को 2-दूरीक समष्टि हेतु भी सिद्ध किया जा सकता है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

प्रस्तुत प्रपत्र की तैयारी में डॉ० एस० पी० सिंह (मेमोरियल विश्वविद्यालय कनाडा) ने जो मार्ग दर्शन किया उसके लिये लेखकद्वय कृतज्ञ हैं।

निर्देश

1. फिशर, बी०, Publ. Inst. Math., 1978, **25**, 193-194.
2. खान, एम० एस०, Math. Japonica, 1978, **23**, 201-204.
3. यूल, ए० के०, Ph.D. Thesis, 1981, Ch. IV
4. सिरिक, एल० जे०, Publ. Inst. Math., 1976, **20**(34), 73-77.
5. येह, सी० सी०, Publ. Inst. Math., 1978, **24**, 197-199.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

व्युत्पन्न फूरियर श्रेणी की (Z^p, λ_m) संकलनीयता

देवेश कुमार वर्मा
शासकीय शिक्षा महाविद्यालय बिलासपुर (म० प्र०)

[प्राप्त—फरवरी 11, 1990]

सारांश

प्रस्तुत शोधपत्र में लेखक ने व्युत्पन्न फूरियर श्रेणी की (Z^p, λ_m) विधि द्वारा संकलनीयता का अध्ययन किया है।

Abstract

On the (Z^p, λ_m) summability of derived Fourier series. *By* Devesh Kumar Verma, Government College of Education, Bilaspur (M. P.).

In the present paper the author studied the (Z^p, λ_m) summability of derived Fourier series. The result generalizes the theorem of Verma[2].

1. माना $f(x) \in L\,(0, 2\pi)$ और इस परास के बाहर 2π आवर्त के साथ आवर्ती है। माना कि इस फलन से सम्बद्ध फूरियर श्रेणी निम्नवत् है—

$$\frac{1}{2}\,a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx+b_n \sin nx)=\sum_{n=1}^{\infty}A_n(x) \tag{1.1}$$

तो (1.1) की अवकलित फूरियर श्रेणी

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(b_n \cos nx-a_n \sin nx)=\sum_{n=1}^{\infty} n\ \beta_n(x) \tag{1.2}$$

होगी और सदैव की भाँति हम लिखेंगे

$$\psi(t)=f(x+t)-f(x-t) \tag{1.3}$$

$$s_n = \sum_{r=1}^{n} \gamma\, B_r(x) \tag{1.4}$$

$$g(t) = \frac{\psi(t)}{4 \sin \frac{1}{2}t} - c \tag{1.5}$$

जहाँ c फलन है x का।

माना कि $\Sigma\, a_m$ एक दी हुई अनंत श्रेणी है।

जहाँ

$$s_n = \sum_{m=0}^{n} a_m$$

तब श्रेणी $\Sigma\, a_m$ को (Z^p, λ_m) विधि से संकलनीय कहेंगे यदि

$$\sigma_n = \lim_{n \to \infty} \Sigma\, a_{n,k}\, s_k \tag{1.6}$$

एक निश्चित सीमा s की ओर अग्रसर होता हो जहाँ $a_{n,k}$ निम्नवत् दिया गया है—

$$\prod_{k=1}^{n} \frac{Z^p + \lambda_k}{1+\lambda_k} = \Sigma\, a_{n,k}\, Z^k \tag{1.7}$$

$n = mp$ (p सांत है)

जब $p=1$ तो (Z^p, λ_m) विधि जेकिमावस्की[1] की $[F, d_n]$ विधि में परिवर्तित हो जाती है।

2. वर्मा[2] ने $[F, d_n]$ संकलनीयता पर निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध किया है—

प्रमेय V : यदि $g(t)$ $(0, \pi)$ में परिबद्ध विचरण वाला हो और $g(t) \to 0$ ज्यों-ज्यों $t \to 0$ और किसी भी $0 < \eta < \pi$ के लिये (η, π) में परम संतत हो तो श्रेणी (1.2) $[F, d_n]$ संकलनीय है। प्रस्तुत शोधपत्र में निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध किया जावेगा—

प्रमेय : यदि $g(t)$ $(0, \pi)$ में परिबद्ध विचरण वाला हो और $g(t) \to 0$ ज्यों-ज्यों $t \to 0$ और किसी भी $0 < \eta < \pi$ के लिए (η, π) में परम संतत हो तो श्रेणी (1.2) (Z^p, λ_m) संकलनीय होगी।

3. प्रमेय की उपपत्ति

$$S_n(x) = \frac{-1}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\psi(t)\, d(\sin(n+1/2)t)\, dt}{\sin t/2} \tag{3.1}$$

अतः (1.5), (1.6) तथा (3.1) से

$$\sigma_n = \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\int_0^{\pi} a_{n,k}\, g(t) \sin(k+\tfrac{1}{2}) \operatorname{cosec} t/2\, dt \right]$$

$$-\frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \left[\int_0^{\pi} a_{n,k}\, g(t)\, (k+\tfrac{1}{2}) \cos(k+\tfrac{1}{2})t\, dt \right]$$

$$-\frac{1}{\pi} \left| \int_0^{\pi} a_{n,k}\, g(t) \sin(k+\tfrac{1}{2})t \tan t/4\, dt \right|$$

$$= \sigma_{n,1} - \sigma_{n,2} - \sigma_{n,3}. \tag{3.2}$$

अब परिकल्पना से तथा अभिसरण की जोर्डन परीक्षा का भी प्रयोग करने पर[3]

$$\sigma_{n,1} \to 0 \text{ ज्यों-ज्यों } n \to \infty. \tag{3.3}$$

खण्डशः समाकलित करने पर

$$\sigma_{n,2} = -\frac{2}{\pi} g(\pi) \sum_{k=0}^{n} a_{1,k} \sin(k+\tfrac{1}{2})\pi$$

$$+\frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} a_{n,k} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\, dg(t)$$

$$= 0(1) + \sum_{k=0}^{n} a_{n,k} I_k \tag{3.4}$$

अब हम सिद्ध करेंगे कि

$$\sum_{k=0}^{n} a_{n,k}\, I_k = 0(1) \text{ ज्यों-ज्यों } n \to \infty.$$

चूँकि $g(t)$ $(0, \pi)$ में परिबद्ध विचरण वाला है अतः $(0, \pi)$ में सदैव ही δ को प्राप्त कर सकते हैं जो इसके पूर्व चुने गये $\epsilon > 0$ पर निर्भर करेगा जिससे कि

$$\int_0^{\delta} |d\, g(t)| < \epsilon \tag{3.5}$$

अतः यदि हम लिखें

$$I_k = \left(\int_0^{\delta} + \int_{\delta}^{\pi} \right) \sin(k+\tfrac{1}{2})t\, d\, g(t)$$

$$= I_{k,1} + I_{k,2} \text{ माना} \tag{3.6}$$

अब $|\sin(k+\frac{1}{2})t| \leqslant 1$ तथा (3.5) का उपयोग करने पर

$$\left|\sum_{k=0}^{n} a_{n,k} I_{k,1}\right| \leqslant \sum_{k=0}^{n} |a_{n,k}| \int_0^{\delta} |d\,g(t)| \tag{3.7}$$

अब यह ध्यान में रखते हुए कि $g(t)$ (δ, π) में परिवद्ध विचरण का है, तो

$$\int_{\delta}^{\pi} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\; dg(t) = \int_{\delta}^{\pi} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\; g(t)dt$$

दिए हुए $\epsilon>0$ के लिए हम k_0 को इस प्रकार चुन सकते हैं कि

$$\left|\int_{\delta}^{\pi} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\; g(t)\right| < \epsilon$$

क्योंकि $k < k_0$ (रीमान-लेबेस्क प्रमेय से)

k_0 को स्थिर करते हुए हम एक ऐसा धन पूर्णांक n_0 चुन सकते हैं जिससे

$$|a_{n,k}| \to \frac{\epsilon}{k_0+1} \text{ क्योंकि } 0 \leqslant k \leqslant k_0 \text{ तथा } n > n_0$$

अत:

$$\sum_{k=0}^{n} a_{n,k} I_{k,2} = \left(\sum_{k=0}^{k_0} + \sum_{k_0+1}^{n}\right) a_{n,k} \int_{\delta}^{\pi} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\; g(t)\; dt$$

$$= I_{k,2\cdot1} + I_{k,2\cdot2} \text{ माना} \tag{3.8}$$

तो

$$|I_{k,2\cdot1}| \leqslant \sum_{k=0}^{k_0} |a_{n,k}| \int_{\delta}^{\pi} g(t)\; dt$$

$$\leqslant \frac{N\epsilon\,(k_0+1)}{(k_0+1)} = N\epsilon \text{ जहाँ } N = \int_{\delta}^{\pi} |g(t)|\; dt \tag{3.9}$$

$$|I_{k,2\cdot2}| = \sum_{k=k_0+1}^{n} a_{0,n,k} \int_{\delta}^{\pi} \sin(k+\tfrac{1}{2})t\; g(t)\; dt$$

$$< \epsilon \sum_{k=k_0+1}^{n} |a_{n,k}|$$

$$\leqslant \epsilon \tag{3.10}$$

इस प्रकार (3.6), (3.7), (3.8), (3.9) तथा (3.10) को एकत्र करने पर सिद्ध होता है कि

$$\left| \sum_{k=0}^{n} a_{n,k} I_k \right| < (N+2)\, \epsilon$$

$n > n_0$ के लिए क्योंकि ϵ एक यादृच्छिक मात्रा है। हमें $\Sigma\, a_{n,k} I_k = 0(1)$ ज्यों-ज्यों $n \to \infty$ प्राप्त होता है। अतः

$$\sigma_{n,2} = 0(1) \tag{3.12}$$

अब रीमान-लेबेस्क प्रमेय[3] के द्वारा (Z^p, λ_m) विधि के नियमित प्रतिबन्ध को ध्यान में रखने पर

$$\sigma_{n,3} \to 0 \text{ ज्यों-ज्यों } n \to \infty. \tag{3.12}$$

(3.2), (3.3), (3.11) तथा (3.12) को एकत्र करने से हमारे प्रमेय की उपपत्ति पूरी तरह हो जाती है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखक को उसके शोध निर्देशक डॉ॰ सुनील कुमार वर्मा द्वारा इस प्रपत्र की तैयारी में सहायता मिली है जिसके लिए वह हृदय से आभारी है।

निर्देश

1. जैकिमावस्की, एमनन, Michigan Math. J., 1959, **6**, 277-290.
2. वर्मा, एस॰ के॰, **विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका**, 1982, **25**, 331-335.
3. जिगमुंड, ए॰, Trigonometrical Series. चेल्सिया पब्लिशिंग कम्पनी, न्यूयार्क, द्वितीय संस्करण 1952.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34. No. 1-2, 1991

पतरातू क्षेत्र में जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था का सर्वेक्षण

चतुर्भुज साहु
मानव विज्ञान विभाग, गिरिडीह कॉलेज, गिरिडीह (बिहार)

[प्राप्त—अगस्त 7, 1990]

सारांश

पतरातू तथा इसके आस-पास के चार अन्य गाँवों में जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था का व्यक्तिगत रूप से निरीक्षण किया गया। सम्बन्धित व्यक्ति की स्थिति की आकृति बनाकर उसकी तीन पीढ़ियों तक की वंशावली अंकित कर ली गयी। 11441 व्यक्तियों (6492 पुरुष एवं 4949 स्त्रियाँ) में से 41 (0·35%) व्यक्तियों में अलग-अलग प्रकार की जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था पायी गयी। हिन्दू समुदाय में अंगुलीय अव्यवस्था (0·34%) मुस्लिम समुदाय (0·54%) की तुलना में कम पायी गयी। हिन्दू समुदाय में पोलिडक्टायली घटना अन्य लक्षणों की तुलना में अधिक पायी गयी है जबकि मुस्लिम समुदाय में सिंडक्टायली घटना अधिक पायी गयी है।

Abstract

A survey on digital anomalies in Patratu area. *By* Chaturbhuj Sahu, Department of Anthropology, Giridih College, Giridih (Bihar).

A complete enumeration of all the house-holds of Patratu and the surrounding four villages of Hazaribagh district (Bihar) was carried out to record the incidence of congenital digital anomalies. Pedigrees were constructed with at least three generations.

A total of 41 (0.35%) individuals out of 11441 persons (6492 males and 4949 females) were found with various types of digital anomalies. The incidence among the Hindus was found to be slightly less (0.34%) compared to those of the Muslims (0.54%). Among the Muslims greater incidence is probably due to occurrence of consanguneous marriages.

The incidence of Polydactyly was found more than that of Brachydactyly and Syndactyly among the Hindus, while the incidence of Syndactyly was found more among the Muslims.

शारीरिक मानव विज्ञान की दृष्टि से जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था में बहुत ही कम अध्ययन हुआ है। तिस पर तुलनात्मक रूप से बिहार में साहु[1,2] के अतिरिक्त किसी ने कोई कार्य नहीं किया है। प्रस्तुत अध्ययन का उद्देश्य पतरातू जिला—हजारीबाग, बिहार क्षेत्र के विभिन्न समुदायों में जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था के प्रकार एवं घटना का पता लगाना है तथा उनमें आनुवंशिक एवं पश्च-जात प्रभावों पर प्रकाश भी डालना है। इसके साथ ही साथ जनसंख्या आनुवंशिक अवस्थाओं को भी देखना है।

प्रयोगात्मक

सामग्री एवं विधि :

हाथ एवं पैर की अंगुलियों में पाये गये जन्मजात असाधारण व्यक्तियों के प्रकारों तथा विशिष्ट लक्षणों का व्यक्तिगत रूप से निरीक्षण किया गया। इसके लिये सांकुल, पतरातू, जयनगर, रस्दा एवं लबगा गाँवों के प्रत्येक घर में जाकर कुल 11441 व्यक्तियों को जिनमें 6492 पुरुष तथा 4949 स्त्रियाँ थीं जाँचा गया। अध्ययन की सुविधा के लिए उस व्यक्ति की स्थिति की आकृति बनाकर उसकी तीन पीढ़ियों तक की वंशावली अंकित कर ली गयी।

परिणाम तथा विवेचना

11441 व्यक्तियों में से 41 (·35%) व्यक्तियों में जन्मजात अंगुलीय अव्यवस्था पायी गयी। ये तमाम व्यक्ति हिन्दू और मुस्लिम इन दो समुदायों के अन्तर्गत आते हैं।

सारणी 1 (क)

पतरातू क्षेत्र में जन्मजात अंगुलीय असाधारणता की बारम्बारता

(हिन्दू एवं मुस्लिम के सन्दर्भ में)

समुदाय	संख्या	पो० ड०	ब्रे० डा०	सि० ड०	अन्य	योग
हिन्दू	10333	28 (0.27%)	3 (0.029%)	2 (0.019%)	2 (0.019%)	35 (0.34%)
मुस्लिम	1108	1 (0.09%)	×	4 (0.36%)	1 (0.09%)	6 (0.54%)
	11441	29 (0.25%)	3 (0.025%)	6 (0.05%)	3 (0.025%)	41 (0.35%)

पो० ड०=पोलिडक्टायली ब्रे० ड०=ब्रेकीडक्टायली सि० ड०=सिंडक्टायली

सारणी 1 (ख)

(पुरुषों एवं महिलाओं के सन्दर्भ में)

पुरुष	6492	17 (0.26%)	1 (0.016%)	3 (0.05%)	2 (0.03%)	23 (0.36%)
स्त्री	4949	12 (0.24%)	2 (0.04%)	3 (0.06%)	1 (0.02%)	18 (0.37%)

सारणी 1 के विवेचन से यह पता चलता है कि अंगुली के असाधारण लक्षण मुस्लिम समुदाय में अधिक (0.54 प्रतिशत) पाये जाते हैं। यह निश्चित रूप से सरक्त (कॉन्सेन्गुनियस) विवाह के कारण ही हुआ है।

हिन्दू समुदाय में पोलिडक्टायली की घटना ब्रेकीडक्टायली, सिडक्टायली एवं अन्य लक्षणों की तुलना में अधिक पायी गयी है जबकि पतरातू के मो० अलाउद्दीन के परिवार में सिडक्टायली अधिक पायी गयी है। पुरुषों एवं महिलाओं के सन्दर्भ में इस असामान्यता में कोई विशेष अन्तर नहीं है लेकिन ब्रेकीडक्टायली के प्रसंग में दोनों में काफी अन्तर है।

सारणी 2

पतरातू क्षेत्र में पोलिडक्टायली की घटना

सेक्स	समुदाय	दोनों हाथ/पैर	बाँया हाथ/पैर	दाहिना हाथ/पैर	योग
पुरुष	हिन्दू	6	5	5	16
	मुस्लिम	1	—	—	1
स्त्री	हिन्दू	4	7	1	12
	मुस्लिम	—	—	—	—
		11	12	6	29

सारणी 2 से यह पता चलता है कि पोलिडक्टायली लक्षण में दोनों ही समुदायों में अन्तर है। मुस्लिम समुदाय में पोलिडक्टायली घटना केवल एक ही व्यक्ति में पायी गयी जिसके दोनों हाथों में अतिरिक्त अंगुलियाँ पायी गयी हैं। हिन्दू समुदाय में पोलिडक्टायली की घटना पुरुषों में लगभग समान है जबकि हिन्दू महिलाओं में बाँये हाथ/पैर वाली असाधारण अत्यधिक पायी गयी है।

सारणी 3

रेडियल/अलनर पोलिडक्टायली घटना

अंगुली	सेक्स	समुदाय	रेडियल	अलनर	योग
अँगूठा	पुरुष	हिन्दू	6	2	8
		मुस्लिम	—	—	—
	स्त्री	हिन्दू	2	1	3
		मुस्लिम	—	—	—
छोटी अँगुली	पुरुष	हिन्दू	2	5	7
		मुस्लिम	—	1	1
	स्त्री	हिन्दू	2	5	7
		मुस्लिम	—	—	—
			12	14	26

सारणी 3 में विभिन्न अँगुलियों के पोलिडक्टायली के प्रकारो को दर्शाया गया है। सारणी से यह स्पष्ट होता है कि रेडियल तथा अलनर पोलिडक्टायली घटना लगभग समान है लेकिन अँगूठा एवं छोटी अँगुली के सन्दर्भ में घटनाएँ समान नहीं हैं। हाथ के अँगूठे में रेडियल/अलनर घटनाएँ पुरुषों एवं स्त्रियों में क्रमशः तीनगुने और दोगुने का अन्तर मिलता है जबकि छोटी अँगुली में ठीक इसके विपरीत परिणाम देखने को मिलता है।

सारणी 4

टिबियल/फिबुलर पोलिडक्टायली घटना

अँगुली	सेक्स	समुदाय	टिबियल	फिबुलर	योग
पैर का अँगूठा	पुरुष	हिन्दू	—	1	1
		मुस्लिम	—	—	—
	स्त्री	हिन्दू	2	—	2
		मुस्लिम	—	—	—
			2	1	3

सारणी '4' से यह स्पष्ट पता चलता है कि हिन्दू पुरुष में सिर्फ एक व्यक्ति फिबुलर तथा 2 हिन्दू महिला टिबियल पोलिडक्टायली से ग्रसित है।

प्राप्त आँकड़ों में यह पाया गया है कि रेडियल और अलनर घटनाएँ लगभग समान हैं परन्तु रेडियल पोलिडक्टायली में विकृत आकृति वालों की संख्या सुडौल आकृति वालों की संख्या से अधिक है। यह भी देखा गया है कि पोस्टएक्सीयल अलनर पोलिडक्टायली अपने विस्तृत प्रभावों के साथ पुरुष एवं स्त्री में लगभग एक ही जैसे हैं लेकिन रेडियली पुरुष ज्यादा प्रभावी दिखते हैं।

बची हुई अन्य 3 अंगुलीय अव्यवस्थाएँ भिन्न प्रकार की हैं। एक हिन्दू पुरुष के प्रत्येक हाथ में सिर्फ चार-चार अँगुलियाँ है जिसमें अँगूठा नहीं है और मेटाकारपेल हड्डी भी नहीं है। दूसरे हिन्दू पुरुष में दाहिने पैर में सिर्फ चार अँगुलियाँ हैं। इसका भी अँगूठा नहीं है। एक मुस्लिम स्त्री के बाँये पैर में अँगूठा नहीं है—उसके बदले कार्टिलेज की एक ढेला-जैसी आकृति है। शेष सभी अँगुलियाँ एक दूसरे से जुड़ी हैं। यह पैर भी बेकार है।

मल्होत्रा[3] ने सूरत के एक पोलिडक्टायल वंशावली का वर्णन करते हुए यह सुझाव दिया है कि पोलिडक्टायली का हस्तान्तरण प्रभावी जीन के बदलते हुए ढंग के कारण हो सकता है।

मल्होत्रा एवं रीफ[4] ने सिंडक्टायली एवं क्लाइनोडक्टायली का अध्ययन करते हुए पाया कि प्रभावी क्लाइनोडक्टायली अपूर्ण वेध्यता के साथ कार्यशील है।

बसु[5] ने पहिरा के तीन पोलिडक्टायली, एक ब्रेकीडक्टायली एवं एक सिंडक्टायली परिवारों का वर्णन करते हुए उनके बीच अँगुलीय अनियमितताओं की बारम्बारता की गणना भी की है।

चक्रवर्ती[6] ने तटीय आन्ध्रप्रदेश के रेड्डी परिवार में अतिरिक्त अँगुली V पोलिडक्टायली की वंशावली का अध्ययन किया। उन्होंने दुर्लभ पोलिडक्टायली जीन युग्म *pp* एवं अतिरिक्त युग्म *Aa* पर विचार किया और पाया कि जीनोटाइप और विसंयोजन अनुपात दो प्रमुख जीनों की परिकल्पना पर आधारित है। माता-पिता के लैंगिक पोलिडक्टायली से इसकी जाँच उनके सन्तानों पर करने से कोई महत्वपूर्ण परिणाम नहीं मिला।

प्रस्तुत अध्ययन में विभिन्न प्रकार की अंगुलीय अव्यवस्था को व्यक्तिगत स्तर से तथा पारिवारिक स्तर से दर्शाया गया है। हिन्दुओं में पोलिडक्टायली अव्यवस्था ब्रेकीडटायली एवं सिंडक्टायली की तुलना में अधिक पायी गयी है जबकि मुस्लिम समुदाय में सिंडक्टायली घटना अधिक मिली है। यह निश्चित रूप से सरक्त विवाह के कारण ही हुआ है।

निर्देश

1. साहु, चतुर्भुज, सोवेनियर 7th क० ई० सी० हू० बा०, 1980, 28.

2. साहु, चतुर्भुज, 6th का० ई० फो० क० सो०, 1980, 9.

3. मल्होत्रा, के० सी०, एन्थ्र०, 1961, 1-4.

4. मल्होत्रा, के० सी० तथा रीफ, डी० सी०, हेरेड 1963, 54, 219-22.

5. बसु, ए०, मैन, 1969, 274-276.

6. चक्रवर्ती, एम० आर०, ई० ज० मे० रिसर्च, 1971, 945-948.

7. चक्रवर्ती, एम० आर०, ई० ज० फि० ए० हु० जे०, 1975, 1 175-178.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34. No. 1-2, 1991

नैपथेलीन-वाष्प में जोशी प्रभाव के विभव-उत्क्रमण की किरणन की तीव्रता तथा आवृत्ति पर निर्भरता

जगदीश प्रसाद

रसायन विभाग, मेरठ कालिज, मेरठ

[प्राप्त—दिसम्बर 4, 1990]

सारांश

सीमेन्ज तथा स्लीव उत्तेजन के अन्तर्गत, अधिकतम धनात्मक जोशी प्रभाव $+\triangle i$ के लिए विभव $V_{+\triangle i\ max}$, संगत परिवर्तन $+\triangle i \leftrightharpoons -\triangle i$ के उत्क्रमण-विभव V_i^I तथा अधिकतम ऋणात्मक जोशी प्रभाव $-\triangle i$ के लिए विभव $V_{-\triangle i\ max}$ की दृश्य, ऐक्स, बीटा-गामा और गामा किरणन की तीव्रता I एवं आवृत्ति ν पर निर्भरता का अध्ययन किया गया। आरम्भ में $+\triangle i$ अनुप्रयुक्त V के साथ $V_{+\triangle i\ max}$ तक बढ़कर अचानक V_i^I पर $-\triangle i$ में उत्क्रमित हो जाता है, जबकि I तथा ν स्थिर रहते हैं; V के साथ $-\triangle i$ $V_{-\triangle i\ max}$ तक बढ़कर क्रमशः घटता जाता है। विभव $V_{+\triangle imax}$ या $V_{-\triangle imax}$, देहली विभव V_m के समान, $I_{visible}$ के साथ बढ़ता है; जो I के उच्च मानों की तुलना में निम्न मानों के लिए उल्लेखनीय है। दूसरी ओर I तथा ν के साथ V_i^I घटता है। I और ν के साथ V_i^I के ह्रास की व्याख्या $\triangle i$ के लिए जोशी सिद्धान्त के आधार पर सम्भव है।

Abstract

Intensity and frequency of irradiation as determinants of the potential inversion for the Joshi effect in naphthalene vapour. *By* Jagdish Prasad, Chemistry Department, Meerut College, Meerut.

The studies have been made on the dependence, under Siemens' and Sleeve excitations, of the potential $V_{+\triangle imax}$ for maximum positive Joshi effect, the first inversion potential V_i^I corresponding to the change $+\triangle_i \leftrightharpoons -\triangle_i$ and the potential $V_{-\triangle imax}$ for maximum negative Joshi effect on the intensity I and the frequency ν of the visible, x, beta-gamma and gamma radiations. $+\triangle i$ increases initially with the applied V to a maximum at $V_{+\triangle i\ max}$ and decreases precipitously thereafter and

inverts, at constant I and ν, to $-\Delta i$ at V_i^I; $-\Delta i$ first increases to a maximum $V_{-\Delta i\ max}$ and then diminishes slowly. The potential $V_{+\Delta i\ max}$ or $V_{-\Delta i\ max}$, identifiable with the breakdown threshold potential V_m, increases with $I_{visible}$; this is more pronounced at small than at larger values of I. On the other hand, V_i^I diminishes with I and ν. The diminution of V_i^I with I and ν is explicable on the basis of Joshi theory for the phenomenon Δi.

जोशी प्रभाव Δi की क्रियाविधि[1] में इसका बहुत महत्व है कि स्थिर I तथा ν पर अनुप्रयुक्त V की वृद्धि के साथ और स्थिर V पर I तथा ν की वृद्धि के साथ, उत्क्रमण-विभव V_i^I पर, धनात्मक जोशी प्रभाव का उत्क्रमणीय ऋणात्मक जोशी प्रभाव में उत्क्रमण हो जाता है। Δi का V[2-4] या I के साथ उत्क्रमण का इस क्षेत्र में कार्य करने वाले अनेक अन्वेषकों ने प्रेक्षण किया है। प्रकाशित सामग्री का अवलोकन करने से ज्ञात हुआ कि नैफ्थेलीन में Δi की I तथा ν पर उत्क्रमण विभव की निर्भरता के विषय में आँकड़े उपलब्ध नहीं हैं। अतः अधिकतम ऋणात्मक जोशी प्रभाव के लिए विभव, $\Delta_{-\Delta i\ max}$, प्रथम उत्क्रमण विभव V_i^I तथा ऋणात्मक जोशी प्रभाव के लिए विभव $V_{-\Delta i\ max}$ की दृश्य (L), एक्स, बीटा-गामा और गामा किरणन की तीव्रता I एवं आवृत्ति ν पर निर्भरता का प्रस्तुत लेख में अध्ययन किया गया।

प्रयोगात्मक

तीन सीमेन्ज काँच ओजोनित्र A, B, C तथा एक स्लीव-नली D (स्लीव-दूरी=3.5 सेमी०) का प्रस्तुत अध्ययन में प्रयुक्त किया गया। ओजोनित्रों के पेंदों में जुड़ी छोटी बल्ब में लगभग 0.5 ग्राम शुद्ध नैफ्थेलीन तथा स्लीव-नली में जुड़ी बल्ब में शुद्ध आयोडीन रखा गया। संगत वाष्पों के अतिरिक्त नलियों को निर्वातित करके $pC_{10}H_8$=0.2 मिमी०Hg 34°C या pI_2=0.47 मिमी०Hg 34°C पर मुहर बन्द कर दिया गया। प्रयुक्त विद्युत-परिपथ तथा सामान्य प्रयोगात्मक समायोजन पूर्वघोषित[8,9] के समान थे।

नैफ्थेलीन-वाष्प में दृश्य किरणन के अन्तर्गत विभिन्न I के लिए नली A में तथा विभिन्न v के लिए नली B में अध्ययन किया गया। एक्स-किरण-अध्ययन के लिए नली C प्रयुक्त की गई; जबकि आयोडीन युक्त स्लीव-नली D को रेडियम-स्रोत जनित बीटा-गामा-किरणों तथा मुख्यतः गामा-किरणों से उद्भाषित किया गया।। 200 वाट 220 वोल्ट के तप्त टंगस्टेन तंतुयुक्त वल्ब को दृश्य (3700-7800 Å) किरणन स्रोत के रूप में प्रयुक्त किया गया। नली A की अक्ष पर आपेक्षित तीव्रता I (1-400) को किरणन स्रोत की दूरी परिवर्तित करके ताप-वैद्युत पुँज-धारामापी निकाय द्वारा मापा गया। एक्स-किरणों (0.1-0.2) Å) की तीव्रता I तथा आवृत्ति v को क्रमशः ऐनोड-धारा (0-10 mA) तथा ऐनोड-विभव (80-112 pkV) बदलकर परिवर्तित किया गया।

परिणाम तथा विवेचना

पूर्व प्रकाशित[4] परिणामों के समान V के निम्न स्तरीय मानों के लिए $+\Delta i$ का मान अत्यल्प

inverts, at constant I and ν, to $-\Delta i$ at V_i^I; $-\Delta i$ first increases to a maximum at $V_{-\Delta i\ max}$ and then diminishes slowly. The potential $V_{+\Delta i\ max}$ or $V_{-\Delta i\ max}$, identifiable with the breakdown threshold potential V_m, increases with $I_{visible}$; this is more pronounced at small than at larger values of I. On the other hand, V_i^I diminishes with I and ν. The diminution of V_i^I with I and ν is explicable on the basis of Joshi theory for the phenomenon Δi.

जोशी प्रभाव Δi की क्रियाविधि[1] में इसका बहुत महत्व है कि स्थिर I तथा ν पर अनुप्रयुक्त V की वृद्धि के साथ और स्थिर V पर I तथा ν की वृद्धि के साथ, उत्क्रमण-विभव V_i^I पर, धनात्मक जोशी प्रभाव का उत्क्रमणीय ऋणात्मक जोशी प्रभाव में उत्क्रमण हो जाता है। Δi का V[2-4] या I के साथ उत्क्रमण का इस क्षेत्र में कार्य करने वाले अनेक अन्वेषकों ने प्रेक्षण किया है। प्रकाशित सामग्री का अवलोकन करने से ज्ञात हुआ कि नैपथेलीन में Δi की I तथा ν पर उत्क्रमण विभव की निर्भरता के विषय में आँकड़े उपलब्ध नहीं हैं। अत: अधिकतम ऋणात्मक जोशी प्रभाव के लिए विभव, $\Delta_{-\Delta i\ max}$, प्रथम उत्क्रमण विभव V_i^I तथा ऋणात्मक जोशी प्रभाव के लिए विभव $V_{-\Delta i\ max}$ की दृश्य (L), एक्स, बीटा-गामा और गामा किरणन की तीव्रता I एवं आवृत्ति ν पर निर्भरता का प्रस्तुत लेख में अध्ययन किया गया।

प्रयोगात्मक

तीन सीमेन्ज काँच ओजोनित्र A, B, C तथा एक स्लीव-नली D (स्लीव-दूरी=3.5 सेमी०) को प्रस्तुत अध्ययन में प्रयुक्त किया गया। ओजोनित्रों के पेंदों में जुड़ी छोटी बल्ब में लगभग 0.5 ग्राम शुद्ध नैपथेलीन तथा स्लीव-नली में जुड़ी बल्ब में शुद्ध आयोडीन रखा गया। संगत वाष्पों के अतिरिक्त नलियों को निर्वातित करके $pC_{10}H_8=0.2$ मिमी०Hg 34°C या $pI_2=0.47$ मिमी०Hg 34°C पर मुंह बन्द कर दिया गया। प्रयुक्त विद्युत-परिपथ तथा सामान्य प्रयोगात्मक समायोजन पूर्वघोषित[8,9] के समान थे।

नैपथेलीन-वाष्प में दृश्य किरणन के अन्तर्गत विभिन्न I के लिए नली A में तथा विभिन्न ν के लिए नली B में अध्ययन किया गया। एक्स-किरण-अध्ययन के लिए नली C प्रयुक्त की गई; जबकि आयोडीन युक्त स्लीव-नली D को रेडियम-स्रोत जनित बीटा-गामा-किरणों तथा मुख्यत: गामा-किरणों से उद्भाषित किया गया।। 200 वाट 220 वोल्ट के तप्त टंगस्टेन तंतुयुक्त वल्ब को दृश्य (3700-7800 Å) किरणन-स्रोत के रूप में प्रयुक्त किया गया। नली A की अक्ष पर आपेक्षित तीव्रता I (1-400) को किरणन-स्रोत की दूरी परिवर्तित करके ताप-वैद्युत पुँज-धारामापी निकाय द्वारा मापा गया। एक्स-किरणों (0.1-0.2) Å) की तीव्रता I तथा आवृत्ति ν को क्रमश: ऐनोड-धारा (0-10 mA) तथा ऐनोड-विभव (80-112 pkV) बदलकर परिवर्तित किया गया।

परिणाम तथा विवेचना

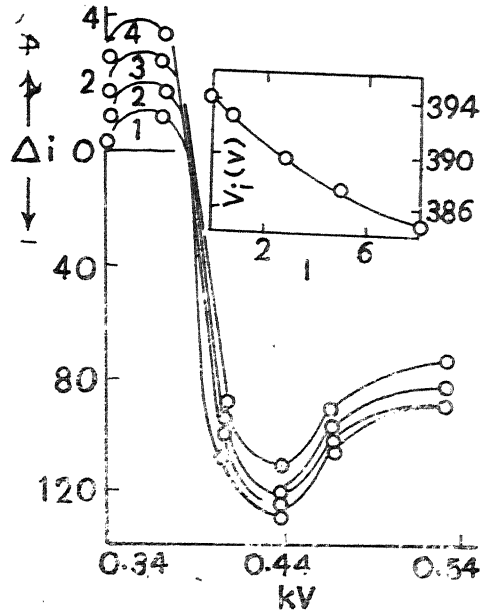
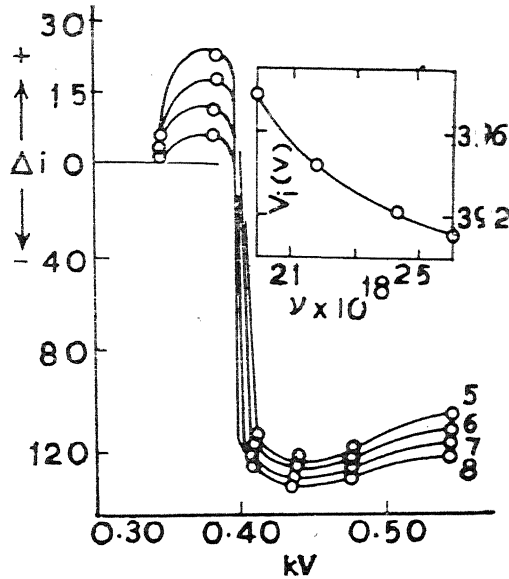
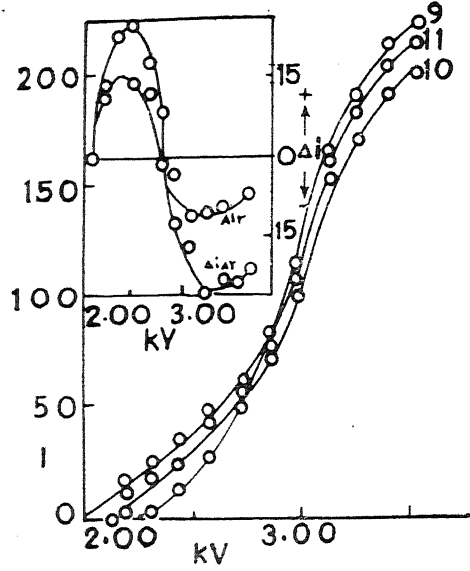
पूर्व प्रकाशित[4] परिणामों के समान V के निम्न स्तरीय मानों के लिए $+\Delta i$ का मान अत्यल्प

था, स्वयंपोषी विसर्ज के V_m तक बढ़ने पर आरम्भ में बढ़ता गया। V_m के ऊपर, $+\Delta i$ तेजी से घटकर उत्क्रमण-विभव V_i^1 पर चिह्न उलटकर $-\Delta i$ हो गया। V_i^I के ऊपर, आरम्भ में $-\Delta i$ तेजी से बढ़ कर धीरे-धीरे घटता गया। V के उच्च क्षेत्रों में, कुछ निकायों[4] में, V_i^{II} पर, एक बार पुनः $-\Delta i$ से $+\Delta i$ में उत्क्रमण प्राप्त होता है। $\pm\%\Delta i-V$ वक्र परस्पर लगभग समान हैं। यह उल्लेखनीय है कि $+\Delta i \leftrightharpoons -\Delta i$ तथा $-\Delta i \leftrightharpoons +\Delta i$ परिवर्तन विभव-उत्क्रमणीय हैं। ओसिलोग्राफ-अध्ययनों[4-10] से पता लगा है कि Δi की निर्मिति नैज $+\Delta i$ तथा नैज $-\Delta i$ के योग से होती है जो क्रमशः कुछ स्पंदों की संख्या या/तथा आवृत्ति में वृद्धि और अन्य में ह्रास द्वारा प्रदर्शित होती है—विद्युत्-दर्शक विस्तार-धारामापी निकाय, समाकलन-युक्ति होने के नाते, इन दोनों का बीजगणितीय योग प्रदर्शित करता है :

$\pm\Delta i$ के साथ V सम्पूर्ण अनुक्रम के लिए लेखक[4] द्वारा एक क्रियाविधि दी गई है। Δi की उत्पत्ति में, अनुप्रयुक्त V के द्वारा उत्पन्न क्षेत्र F में अल्पकालिक कैथोड-तल से प्रकाश-वैद्युत उत्सर्जन होता है। शॉट्की-परिणामन स्वरूप तल का कार्य-फलन ϕ से घटकर ϕ' हो जाता है, जिसका सम्बन्ध समीकरण[11] $\phi'=\phi-F^{1/2}$ द्वारा प्रदर्शित होता है। विसर्जन-नली पर ज्यों-ज्यों अनुप्रयुक्त V क्रमशः बढ़ता है, प्रकाश-सक्रिय तल की प्रकृति तथा ϕ पर निर्भर, जब अनुप्रयुक्त F इस प्रकार होता है कि ϕ' का मान आपाती प्रकाश की ऊर्जा $h\nu$ से बराबर या इससे कम होता है तब उत्सर्जन होता है। इलेक्ट्रॉनों का निष्कासन वेगों के मैक्सवेली वितरण के अनुसार होता है, जिसका विस्तार शून्य से अधिकतम v_{max} तक होता है और जिसका आइन्सटाइन समीकरण $\frac{1}{2} mv^2_{max}=h\nu-\phi$ के द्वारा परिकलन किया जा सकता है। मुक्त प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों का एक निश्चित अंश, उदासीन गैस/वाष्प कणों के साथ जुड़कर ऋण आयन बनाते हैं; संलगन की यह क्रिया प्रायिकता P से नियन्त्रित होती है, जो इलेक्ट्रॉन ऊर्जा की व्युत्क्रम फलन अतः F/p होती है, जबकि p गैस का दाब है। अपनी कम गतिशीलता के कारण, ये ऋण आयन स्वयं या इलेक्ट्रॉन-गुणन द्वारा धारा को नहीं बढ़ाते हैं, बल्कि प्रकाश-सक्रिय तल के अत्यन्त समीप के स्थान में संचित होने को प्रवृत्त होते हैं। आरम्भ में, V_m से पर्याप्त नीचे, प्रकाश उत्सर्जन न्यून होता है। निर्मित ऋण आयनों की अत्यल्प संख्या के कारण अत्यल्प अन्तराकाशी-आवेश विभव-वितरण में कोई व्यावहारिक परिवर्तन उत्पन्न नहीं करता है। जो प्रकाश-इलेक्ट्रॉन संलगन से बच निकलते हैं, उनके द्वारा प्रकाश में, i में वृद्धि होने से, $+\Delta i$ का प्रेक्षण होता है।

V, F, $1/\phi'$ तथा उत्सर्जन के बढ़ने पर $+\Delta i$ बढ़ जाता है प्राप्त ϕ' के मान को रिचार्डसन-समीकरण $I=AT^2 \exp. (-e\phi'/kT)$ में प्रतिस्थापित करने पर $I=I_0 \exp (eF^{1/2}/kT)$ प्राप्त होता है, जबकि शून्य बाह्य क्षेत्र के लिए धारा I_0 है। उपर्युक्त सम्बन्ध के लिए प्रयोगात्मक प्रमाण उपलब्ध हैं[12, 13]। V_m के नीचे, अन्धकार में धारा i_D मुख्यतः धारिता-सम्बन्धी होती है; इस प्रकार, F के अन्तर्गत प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों की मुक्ति के कारण चालकता $+\Delta i$ होती हैं। क्योंकि V का मान कम है, अतः संघट्ट आयनीकरण के कारण गैस-प्रवर्धन को कम महत्व का मानते हुए, $+\Delta i=A. \exp (eF^{1/2}/kT)$, जबकि A एक स्थिरांक है। क्योंकि किसी दिये हुए इलेक्ट्रॉन-विन्यास के लिए, F अनुक्रमानुपाती है V के, उपर्युक्त समीकरण से स्पष्ट है कि $\log (+\Delta i)$ तथा $V^{1/2}$ के आरेख से एक सरल रेखा प्राप्त होनी चाहिये[3]।

V_m पर तथा इससे ऊपर, सतत विसर्जन के कारण, अन्तर-इलेक्ट्रोड स्थान में इलेक्ट्रॉन और धन आयनों की सांद्रता पर्याप्त होती है, जो विपरीत आवेशित इलेक्ट्रोडों की ओर गति करते हैं। अर्ध-चक्र के मुख्य भाग के दौरान अल्पकालिक ऐनोड पर पहुँचने वाले इलेक्ट्रॉनों का उदासीकरण हो जाता है, जबकि इलेक्ट्रोड के चिह्न परिवर्तन के एकदम पहले पहुँचने वाले इलेक्ट्रॉनों का काँच-भित्ति पर वैसे-के-वैसे ही निक्षेपण हो जाता है। आगामी अर्ध-चक्र के दौरान ये श्लथ-बद्ध इलेक्ट्रॉन अल्पकालिक कैथोड-तल को उल्लेखनीय निम्न ϕ प्रदान करते हैं, जिसकी प्रकाश-इलेक्ट्रॉन सक्रियता उच्च होती है। इस प्रकार लाल तथा निकट अवरक्त[14] सदृश के अन्तर्गत पर्याप्त इलेक्ट्रॉनों का विमोचन होता है। इन इलेक्ट्रॉनों के संलगन के कारण, ऋण अन्तराकाशी आवेश तथा इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन के कारण और r तथा $\eta\theta g$ प्रक्रमों के द्वारा वेगों का मैक्सवेली वितरण, अधिक होता है; इस प्रकार ये मन्दक रोध उत्पन्न करते हैं, जिससे विभव-वितरण परिवर्तित हो जाता है। फलतः बाह्य प्रकाश तथा r और $\eta\theta g$ प्रक्रमों द्वारा इलेक्ट्रॉनों, विशेषतः निम्न ऊर्जा वाले इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन निरुद्ध हो जाता है; यही $-\Delta i$ का आरम्भ है। तथापि, उच्च ऊर्जायुक्त इलेक्ट्रॉन अवरोध को पार करने में सफल हो जाते हैं, अपने द्वितीयक सहायकों के सहित ये ही इलेक्ट्रॉन $+\Delta i$ के लिए उत्तरदायी होते हैं। इस प्रकार $+\Delta i$ तथा $-\Delta i$ का सह-अस्तित्व होता है, जिसका ओसिलोग्राफ पर प्रेक्षण होता है। जब $-\Delta i$ की तुलना में $+\Delta i$ का मान अधिक होता है तब परिणामी $+\Delta i$ का प्रेक्षण होता है। V के बढ़ने से F बढ़ता हैं, जिससे ϕ तथा संलगन प्रायिकता P घटते हैं। F की न्यून वृद्धि के लिए, $P=f(p/F)$ में ह्रास पर्याप्त नहीं होता है, जबकि p का मान इस प्रकार के अध्ययनों में प्रायः प्रयुक्त कुछ सौ मिमी॰ Hg कोटि का, पर्याप्त उच्च होता है। परिणामस्वरूप, V के इस प्रकार के परिवर्तनों के लिए, ϕ में ह्रास महत्वपूर्ण होता है, जिससे उत्सर्जन, अन्तराकाशी आवेश-घनत्व अतः $-\Delta i$ बढ़ते हैं। किरणन के पूर्व, उत्सर्जक तल के समीप विद्यमान क्षेत्र को किरणन द्वारा उत्पन्न ऋण अन्तराकाशी आवेश घटा देता है। अतः उपर्युक्त अन्तराकाशी आवेश के निर्माण होने पर इस क्षेत्र की प्रायिकता P बढ़ जाती है, यह एक सहायक अंग होता है। अथ च, अवरोध को पार करने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या तथा $+\Delta i$ अपेक्षाकृत न्यून होते हैं। फलतः प्रेक्षित परिणामी $+\Delta i$ घट जाता है। V_i^I पर, $i_D=i_L$ तथा $+\Delta i=-\Delta i$, अन्तराकाशी आवेश का निरोधक प्रभाव, अवरोध से बच निकलने वाले इलेक्ट्रॉनों के प्रभाव के बिल्कुल बराबर हो जाता है। V_i^I के ऊपर, एक संकुचित V परास में $-\Delta i$ की अधिकतम तक वृद्धि की व्याख्या उपर्युक्त विवेचन से स्पष्ट है। V के और अधिक बढ़ने से P में ह्रास पर्याप्त हो जाता है। इससे अन्तराकाशी आवेश-घनत्व अतः प्रेक्षित $-\Delta i$ घट जाते हैं। युगपत्, आवर्तित अवरोध को पार करने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या तथा इससे सम्बद्ध $+\Delta i$ बढ़ जाते हैं, और V_i^{II} के ऊपर, अन्तराकाशी आवेश के निरोधक प्रभाव तथा $-\Delta i$ की तुलना में बढ़ जाते हैं, इसलिए परिणामी प्रभाव पुनः धनात्मक $(+\Delta i)$ हो जाता है।

I तथा ν पर V_i^I की निर्भरता (चित्र 1-3) : $V_{+\Delta i\ max}$ के ऊपर $+\Delta i$ में ह्रास सम्बद्ध $-\Delta i$ में वृद्धि के कारण होता है और V_i^I पर $+\Delta i=-\Delta i$ हो जाता है। यह भी ज्ञात है[7, 15] कि I तथा ν में वृद्धि के साथ $-\Delta i$ क्रमशः बढ़ता जाता है। अतः I तथा ν के उच्च मानों पर उत्क्रमण होने के लिए $+\Delta i$ को आनुपातिक मात्रा में बढ़ना चाहिए। $V_{+\Delta i\ max}$ की ओर अग्रसारित V में

चित्र 1 : नैफ्थेलीन-वाष्प में जोशी प्रभाव Δi के उत्क्रमण-विभव की एक्स-किरण-तीव्रता I पर निर्भरता (वक्र 1-4 : $\nu = 24 \times 10^{18}$ पर क्रमशः $I_{relative} = 1, 3, 5$ तथा 8 के लिए ।)

चित्र 2 : नैफ्थेलीन-वाष्प में जोशी प्रभाव के उत्क्रमण-विभव की एक्स-किरण-आवृत्ति ν पर निर्भरता (वक्र 5-8 : $I_{rel.} = 8$ पर क्रमशः $\nu = 19\text{-}87$, 21.73, 24.00 तथा 25.64×10^{18} के लिए ।)

चित्र 3 : आयोडीन-वाष्प में विसर्जन धारा i तथा जोशी प्रभाव Δi का बीटा-गामा तथा गामा किरणन के अन्तर्गत विभव-परिवर्तन (वक्र 9 : अँधेरे में विसर्जन धारा i_D; 10 : $i_{\beta-\gamma}$; 11 : i_γ)

कमी से अतः V_i^I पर प्राप्त होता है। I के उच्च मानों पर V_i^I में अपर्याप्त कमी का कारण यह है कि I के इस प्रकार के परासों में $-\Delta i$ में वृद्धि पर्याप्त नहीं होती है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

डा० पी० एम० राव के अमूल्य सुझावों के लिए लेखक आभारी है।

निर्देश

1. जोशी, एस० एस०, प्रोसी० इण्डियन साइंस कॉंग्रेस; अध्यक्षीय भाषण, रसायन विभाग 1943, 51.

2. जोशी, एस० एस०, प्रोसी० इण्डियन अकेडमी ऑफ साइंस, 1945, A22, 389.

3. मोहन्ती, एस० आर०, जर्न० केमि० फिजि०, 1955, 23, 1533.

4. प्रसाद, जे०, बोल० सोसा० किम० पीरू, 1978, 44, 63.

5. अर्नीकर, एच० जे०, जर्न० ओप्ट० सोसा० अमे०, 1953, 43, 804.

6. मोहन्ती, एम० आर०, जर्न० साइं० रिस०, बी० एच० यू०, 1951-52, **2**, 46.
7. प्रसाद, जे०, बोल० सोसा० किम० पीरु, 1977, **43**, 122.
8. प्रसाद, जे०, रिव० रूमेन किम०, 1973, **18**, 1075.
9. प्रसाद, जे०, इस्लामाबाद जर्न० साइंस, 1978, **5(1-2)**, 32.
10. प्रसाद, जे०, काइनेटिका आइकैटेलिज, 1977, **18**, 497.
11. लॉरेन्स, इ० ओ०, एवं लिनफोर्ड, एल० बी०, फिजि० रिव्यू०, 1930, **36**, 482.
12. फोर्टे, डब्लु० एस०, जैड० फिजिक, 1928, **49**, 46.
13. ब्रूने, एन० ए० डि, प्रोसी० रॉयल० सोसा०, 1928, **A120**, 423.
14. प्रसाद, जे०, जुह्र० फिजि०, खिम०, 1990 (प्रेषित)
15. प्रसाद, जे०, बोल० सोसा० किम० पीरु, 1978, **44(3)**, 117.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

कीट वृद्धि अवरोधक पेन्फ्लूरॉन का सूँडी सेवन विधि द्वारा यूप्रोक्टिस इसीलिया स्टाल कीट पर बांझपन तथा जनन क्षमता का प्रभाव

मो० मकसूद खाँ

कीट विज्ञान विभाग, कुलभास्कर आश्रम डिग्री कालेज, इलाहाबाद

[प्राप्त—अगस्त 21, 1990]

सारांश

जब यूप्रोक्टिस इसीलिया स्टाल कीट की पूर्णविकसित सूँडी की विभिन्न मात्रा के पेन्फ्लूरान घोलों द्वारा उपचारित की हुई पत्तियाँ खिलाई जाती हैं तब यह पाया गया कि 001 तथा 0.1 प्रतिशत द्वारा उपचारित कीट शत-प्रतिशत मर जाते हैं। 0.0001 प्रतिशत घोल में 75.82 प्रतिशत कीट नपुंसक हो जाते हैं और 66 प्रतिशत अण्डों में कमी हो जाती है। इसी प्रकार 0.000001 प्रतिशत घोल द्वारा उपचारित कीटों में 4.42 प्रतिशत में शुद्ध नपुंसकता पायी गयी। इसकी परीक्षा नर तथा मादा दोनों को उपचारित करके उनमें मैथुन कराकर की गई।

Abstract

Sterility and fecundity effect of penfluron (insect growth inhibitor) **against** *Euproctis icilia* Stoll. *By* M. Maqsood Khan, K. A. Degree College, Allahabad.

The last instar larvae of *Euproctis icilia* Stoll were fed on leaves treated with different concentrations of penfluron. Complete larval mortality was recorded at higher (0.01 and 0.1 per cent) concentrations and insect which servive on sub-lethal dosage also become sterile. A considerable sterility and reduction in oviposition (75.82 and 66.0 per cent respectively) was recorded at 0.001 per cent level when treated males and females were crossed together. The sterility effect was more pronounced on males than females. Out of the different pairing procedures, the treated males and

females pairing produced maximum control over reproduction and reduction in fecundity. Minimum net sterility and reduction in oviposition was recorded 2.58 and 12.53 per cent respectively when treated females were mated with normal males at 0.000001 per cent level of concentration.

यूप्रोक्टिस इसीलिया को मुख्यतः 'हेयरी केटरपिलर' कहते हैं। यह लेपीडाप्टेरा वर्ग का कीट है जो लारेन्थस, अरंडी तथा अलसी में मुख्यतया पाया जाता है। इन सभी फसलों को इस कीट द्वारा अधिक हानि होती है। इसके अतिरिक्त पूरे भारत में यह विभिन्न प्रकार के फलों को भी हानि पहुँचाता है।

कीट वृद्धि अवरोधक (I. G. I.) वे रसायन हैं जो प्रारम्भिक अवस्था के कीटों को पूर्णतया मार देते हैं और जीवित बचे कीटों में अनियमितताएँ पैदा कर देते हैं जिनसे उनके आकार बिगड़ जाते हैं और मुख्यांग कमजोर हो जाते हैं जिससे न तो वे बढ़ पाते हैं न ही ठीक से भोजन कर कर पाते हैं[1,2]। चट्टोराज तथा द्विवेदी[3] ने पेन्फ्लूरान द्वारा मारण दर तथा नपुंसकता का सफल परीक्षण किया। खान तथा श्रीवास्तव[4] ने भी इसी वर्ग के दूसरे रसायन ट्राइएजीन की यूप्रोक्टिस इसीलिया पर नपुंसकता तथा मारक क्षमता का अध्ययन किया।

प्रयोगात्मक

यूप्रोक्टिस इसीलिया (Euproctis Ecilia Stall, Lepidoptera, Lymantridae) की सूँड़ी (Larvae) को अरण्डी (Ricinus communis L.) के पत्तों पर प्रयोगशाला में 27±2°C पर पाला गया। पूर्ण विकसित लार्वों (Fifth instar) को प्रयोग के लिये अलग कर लिया गया। सूँडी सेवन प्रयोग (Larval feeding treatment) के लिये अरण्डी की स्वच्छ ताजी पत्तियों को 1″×1″ के टुकड़ों में काट कर प्रत्येक 20 पत्तियों को विभिन्न मात्रा के पेन्फ्लूरान 2, 6-difluoro-N-[[[4-(trifluromethyl) Phenyl] amino] carbonyl] benzamide) घोल में डुबाकर सुखा लिया गया और प्रत्येक मात्रा के घोल की पत्तियों को अलग-अलग जार में रखकर प्रत्येक जार में 10 पूर्ण विकसित सूँडियाँ छोड़ दी गयीं। इन्हें 24 घन्टे के लिये पत्तियाँ खाने दिया गया। 24 घन्टे के बाद बची हुई पत्तियों को हटाकर उन सूँडियों को प्रतिदिन ताजी पत्तियाँ दी जाती रहीं और प्रत्येक 24 घन्टे पर परिणाम देखे गये। सूँडियों में हुए विकास या मरने वाली सूँडी को अंकित किया गया और प्यूपा बन जाने वाली सूँडी को प्रौढ़ बनने के लिए रख दिया। इस प्रकार के प्रयोग को प्रत्येक मात्रा के घोल में पाँच-पाँच बार दोहराया गया।

उपचारित प्यूपा से प्रौढ़ निकलने पर नर तथा मादा को तुरन्त ही अलग कर दिया गया। प्रत्येक प्रयोग में उपचारित नर को उपचारित मादा (TM×TF), उपचारित नर को अनुपचारित मादा (TM×NF) तथा अनुपचारित नर को उपचारित मादा (NM×TF) विधि द्वारा मैथुन कराया गया। इनसे प्राप्त अण्डों का भी अध्ययन किया गया। सभी अण्डों को गिनकर अण्डा देने की क्षमता ज्ञात की

सारणी 1

यूप्रोक्टिस इसीलिया स्टाल के पूर्ण विकसित लार्वों पर सेवन-विधि द्वारा पेन्फ्लूरान का नपुंसकता तथा जनन क्षमता पर प्रभाव

सान्द्रता प्रतिशत	लिंग/संकरण	प्रति मादा द्वारा दिये गये अंडों की औसत संख्या	प्रति मादा से फूटने वाले अंडे	नपुंसकता प्रतिशत	शुद्ध नपुंसकता प्रतिशत	जनन क्षमता में कमी प्रतिशत	प्रजनन के ऊपर कन्ट्रोल प्रतिशत
0.000001	TM×TF	64.5±3.1	60.0±2.7	6.97	4.42	14.0	17.8
	TM×NF	58.0±2.2	51.5±2.3	11.2	8.77	22.66	29.45
	NF×TF	65.6±2.1	62.5±1.8	5.18	2.58	12.53	14.38
0.00001	TM×TF	43.5±3.2	35.3±2.1	19.54	17.34	42.0	52.05
	TM×NF	44.0±4.0	37.3±3.1	15.22	12.9	41.33	48.09
	NM×TF	51.0±2.2	44.5±2.8	12.74	10.35	32.0	39.04
0.0001	TM×TF	39.0±3.4	28.5±2.7	26.92	24.92	48.0	60.95
	TM×NF	35.0±2.1	30.0±2.1	15.49	13.18	52·66	59.9
	NM×TF	49.0±1.9	40.0±1.3	18.36	16.12	34.66	45.2
0.001	TM×TF	25.5±4.1	5.0±3,9	76.47	75.82	66.0	93.15
	TM×NF	27.0±2.8	9.5±2.8	64.81	63.38	64.0	86.98
	TM×TF	28.0±3.1	13.3±2.6	52.5	51.17	62.66	81.78
नियंत्रण	NM×NF	75.0±3.0	73.0±2.6	2.66	—	—	—

शुद्ध नपुंसकता=सान्द्रता उपचार = 1 प्रतिशत स्तर पर सार्थक : C. D.=17.11

मैथुन द्वारा उपचार = निरर्थक

TM=उपचारित नर TF = उपचारिता मादा, NM=सामान्य (अनुपचारित) नर,

NF=सामान्य मादा !

गई। अण्डों से लार्वा नहीं निकलने पर उनकी गिनती की गई और जितने अण्डों से लार्वा नहीं निकलते उसको भी गिनकर नपुंसकता के प्रभाव का ज्ञात किया गया। इस प्रकार प्रयोग की शुद्ध नपुंसकता प्रतिशत को एब्राट[5] के सूत्र द्वारा निकाला गया। कन्ट्रोल मादा द्वारा दी जाने वाले अण्डों की संख्या से अण्डों में कमी की क्षमता (जनन क्षमता) का प्रतिशत (Fecundity percent) निकाला। इन दोनों का मिला-जुला प्रभाव देखने के लिए चैम्बरलेन सूत्र[6] का प्रयोग किया गया।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 1 के आँकड़ों से विदित होता है कि जब 0.001 प्रतिशत के घोल द्वारा उपचारित नर तथा मादा को एकसाथ मैथुन कराया जाता है तब सबसे अधिक बाँझपन 75.82 प्रतिशत तथा सबसे अधिक अण्डा देने की क्षमता में कमी 66 प्रतिशत तक पायी गयी। इसी प्रकार सबसे कम बाँझपन 2.58 प्रतिशत तब पाया गया जब 0.000001 प्रतिशत घोल द्वारा उपचारित मादा को सामान्य नर से सम्भोग कराया गया। इसी जोड़े में सबसे कम 12.53 प्रतिशत शुद्ध जनन क्षमता के कमी पायी गयी।

मुख्यतया इस रसायन का प्रभाव नर कीट पर अधिक पाया गया। जब उपचारित नर को उपचारित मादा या उपचारित नर को सामान्य मादा से मैथुन कराते है तब अधिक प्रभावशाली परिणाम प्राप्त हुए हैं और साथ ही यह भी पाया गया कि घोल में रसायन की मात्रा जैसे-जैसे बढ़ाते हैं वैसे-वैसे अण्डों की संख्या कम होती जाती है और नपुंसकता भी बढ़ती जाती है।

इसी प्रकार का एक परिणाम चट्टोराज तथा द्विवेदी[3] ने प्राप्त किया है। उनके द्वारा जब पेन्फ्लूरान के 0.0045 μg द्वारा उपचारित एस० लिटुरा (S. litura) के नर तथा मादा को आपस में मैथुन करा गया है तब शत-प्रतिशत बाँझपन पाया। मिटचेल इत्यादि[7] ने भी एन्थोनोमस ग्रैंडिस (Anthonomus grandis Boheman) कीट को डाइफ्लुबेन्जुरान के 100 ppm द्वारा उपचारित करके पूर्ण बाँझ बना दिया। खान तथा श्रीवास्तव[8] ने भी पेन्फ्लूरान के विषैलेपन, वृद्धि अवरोधक, नपुंसकता तथा प्रजनन-क्षमता का अध्ययन किया और 0.001 प्रतिशत घोल पर शत प्रतिशत नपुंसकता प्राप्त की। इसी प्रकार का परिणाम प्रस्तुत शोध में भी पाया गया।

इस प्रकार हम कह सकते हैं कि कीट वृद्धि अवरोधक पेन्फ्लूरान एक ऐसा रसायन है जिसे सफलतापूर्वक फसल-सुरक्षा के लिए उपयोग में लाया जा सकता हैं क्योंकि यही एक ऐसा बहुगुणीय रसायन है जिसमें सामान्य रूप से प्रयोग होने वाले कीटनाशकों की अपेक्षा अधिक सुरक्षा भी है और नपुंसकता पैदा करके कीटों की जनन-शक्ति को पीढ़ी दर पीढ़ी कम कर देता है।

निर्देश

1. ग्रासकर्ट ए० सी०, *Pestic. Sci.* 1978, 2, 373-386.
2. रादवान, एच० एस० ए०, एल्धर अबो, आसल ओ० एम०, रिजकल्ला, एम० आर० तथा अहमद, एम० टी०, *J. Insect Physiol.* 1986, **32**, 103-107.

3. चट्टोराज, ए० एन० तथा द्विवेदी, एस०, *Comp. Physiol.Ecal.*, 1980, **5**(4), 310-313.

4. खान, एम० एम० तथा श्रीवास्तव, बी० बी० एल०, *Annals Agric. Sci. Egypt* 1989, **34**(2), 1215-1226.

5. एबाट, डब्लू० एस०, *J. Eco. Ent.*, 1925, **18**, 265-267.

6. चैम्बरलेन, डब्लू० एफ०, *J. Eco. Ent.* 1962, **55**, 240-248

7. मिटचेल, ई० बी०, मर्केला, एम० ई०, डेविच, टी० बी० तथा ब्राउन ,एम० ए०, *J. Eco. Ent.* 1983, **76**, 294-297.

8. खान, एम० एम० तथा श्रीवास्तव, बी० बी० एल०, *Annals. Agric. Sci. Egypt.* 1988, **33**(1), 573-585.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

फूरियर श्रेणी के (N, pn) माध्य द्वारा फलन का सन्निकटन

कु० प्रीति पीपलीवाल तथा अर्चना ब्योहार
गणित अध्ययनशाला, विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जैन (म० प्र०)

सारांश

इस प्रपत्र में हमने फूरिये श्रेणी के (N, p_n) माध्य द्वारा फलन के सन्निकटन पर एक प्रमेय स्थापित किया है।

Abstract

Approximation of a function by (N, pn) means of Fourier series. *By* Km. Priti Pipliwal and Archana Beohar, School of Studies in Mathematics, Vikram University, Ujjain (M. P.).

In this paper we establish a result on the approximation of function by (N, p_n) mean of its Fourier series.

1. माना कि Σa_n दी हुई अनन्त श्रेणी है, जिसके आंशिक योगफलों का अनुक्रम $\{S_n\}$ है।

माना कि $\{p_n\}$ वास्तविक अथवा मिश्र चरों का अनुक्रम है तो

$$P_n = p_0 + p_1 + p_2 + \cdots + p_n,\ P_n \neq 0$$

अनुक्रम से अनुक्रम में रूपांतर

$$t_n = \frac{1}{P_n} \sum_{v=0}^{n} p_{n-v} S_v \ (P_n \neq 0)$$

$$= \frac{1}{P_n} \sum_{v=0}^{n} p_v S_{n-v} \tag{1.1}$$

में अनुक्रम $\{t_n\}$ परिभाषित है जो कि अनुक्रम $\{p_n\}$ द्वारा उत्पन्न अनुक्रम $\{S_n\}$ का नालु ण्ड माध्य है। यदि

$$\lim_{n\to\infty} t_n=S$$

हम लिखते हैं

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n=S(N, p_n)$$

या

$$S_n \to S(N, p_n)$$

(1.1) द्वारा दर्शाये गये नार्लुण्ड माध्य की नियमितता का प्रतिबन्ध निम्न प्रकार है :

$$\lim_{n\to\infty} \frac{p_n}{P_n}=0 \tag{1.2}$$

2. माना कि फलन $f(t)$ आवर्ती फलन है जिसका आवर्त 2π है और अन्तराल $[-\pi, \pi]$ में लेबेस्ग रूप में समाकलनीय है। इस फलन से सम्बद्ध फूरिये श्रेणी है

$$f(x)\sim\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nt+b_n \sin nt\equiv \sum_{n=0}^{\infty} A_n(t) \tag{2.1}$$

जहाँ a_n, b_n $(n=1, 2, \cdots)$ $f(t)$ के फूरियर त्रिकोणमितीय गुणांक हैं।

3. हम लिखेंगे कि

$$\phi(t)=\phi(x, t)=f(x+t)+f(x-t)-2f(x)$$

$$\Phi(t)=\int_0^t |\phi(u)|\, du$$

$$N_n(t)=\frac{1}{2\pi P_n} \sum_{v=0}^{n} p_v \frac{\sin (n-v+\frac{1}{2})t}{\sin \frac{1}{2}t}$$

$$P\left(\frac{1}{t}\right)=P_\tau$$

$$p\left(\frac{1}{t}\right)=p_\tau \quad \text{जहाँ} \left[\frac{1}{t}\right]=\tau$$

सिद्दीकी[8] ने निम्नांकित प्रमेय सिद्ध किया है।

प्रमेय अ

यदि

$$\Phi(t)=\int_0^t |\phi(u)|\, du=0 \left[\frac{t}{\log 1/t}\right] \tag{3.1}$$

तब श्रेणी (2.1) बिन्दु $x=0$ पर (N) संकलनीय होती है।

इसी पर पती[4] ने निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध किया है :

प्रमेय ब

माना कि अनुक्रम $\{p_n\}$ वास्तविक, धनात्मक तथा अवर्धमान अनुक्रम है व $P_n \to \infty$ और $\log n=0\ (P_n),\ n \to \infty$ दर्शाता है नियमित नार्लुण्ड माध्य। अब यदि

$$\Phi(t)=\int_0^t |\phi(u)|\, du=0 \left[\frac{t}{P_\tau}\right] \text{ जब } t\to+O \tag{3.2}$$

तब फूरिये श्रेणी बिन्दु $t=x$ पर (N, p_n) संकलनीय होती हैं।

प्रस्तुत प्रपत्र में फूरिये श्रेणी के (N, p_n) माध्य द्वारा एक फलन के सन्निकटन का अध्ययन किया गया है। संक्षेप में हम निम्नलिखित प्रमेय को सिद्ध करेंगे :

प्रमेय

माना कि $g(t)$ और $\alpha(t)$ दो धनात्मक, अवर्धमान फलन हैं। तब यदि

$$\Phi(t)=\int_0^t |\phi(u)|\, du=0 \left[\frac{g(t)}{\alpha(P_\tau)}\right] \text{ जब } t\to+0 \tag{3.11}$$

इस प्रकार है कि,

$$\sum\frac{P_k\, g(1/k)}{\alpha(P_k)}=0\ (P_n)^{\delta} \text{ जहाँ } 0<\delta<1 \tag{3.12}$$

जहाँ $\{p_n\}$ वास्तविक, धनात्मक और अवर्धमान अनुक्रम है। हम निम्न को सिद्ध करेंगे

$$\int_0^\pi \phi(t)\, N_n(t)\, dt=0\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta} \text{ जहाँ } 0<\delta<1$$

$$=P_n^{-1} \sum_{v=0}^{n} p_v \frac{1}{2\pi} \int_0^t \phi(i) \frac{\sin(n-v+\frac{1}{2})t}{\sin \frac{1}{2}t} dt$$

$$=\int_0^{\pi} \phi(t) \left\{\frac{1}{2\pi P_n} \sum_{v=0}^{n} p_v \frac{\sin (n-v+\frac{1}{2})t}{\sin \frac{1}{2}t}\right\} dt$$

$$=\int_0^{\pi} \phi(t) N_n(t)\, dt=I \text{ (मान लो)}$$

जहाँ

$$N_n(t)=\frac{1}{2\pi P_n} \sum_{v=0}^{n} p_v \frac{\sin(n-v+\frac{1}{2})t}{\sin t/2}$$

प्रमेय को सिद्ध करने लिए हम दर्शायेंगे कि

$$\int_0^{\pi} \phi(t) N_n(t)\, dt=0\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta} \qquad \text{जब } n\to\infty \text{ व } 0<\delta<1$$

हम $0<\delta<\pi$ के लिए लिख सकते हैं

$$\int_0^{\pi} \phi(t) N_n(t)\, dt$$

$$=\left[\int_0^{1/n} +\int_{1/n}^{\delta} +\int_{\delta}^{\pi}\right] \phi(t) N_n(t)\, dt$$

$$=I_1+I_2+I_3 \text{ (मान लो)} \tag{4·1}$$

अब प्रमेयिका 2 के उपयोग से

$$I_1=O\left[n \int_0^{1/n} |\phi(t)|\, dt\right]$$

$$=O\left[n \cdot \frac{g(1/n)}{\alpha(P_n)}\right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right) \text{ संकल्पना (3.12) से} \tag{4.2}$$

पुनः प्रमेयिका 3 के उपयोग से

$$I_2= \int_{1/n}^{\delta} \phi(t) N_n(t)\, dt$$

$$=O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta} |\phi(t)| \frac{P_\tau}{t}\, dt\right]$$

$$=O\left[\frac{1}{P_n}\left(\phi(t)\ \frac{P_\tau}{1}\right)_{1/n}^{\delta}\ \right]+O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\ \phi(t)\ \frac{P_\tau}{t^2}\ dt\right]$$

$$+O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\ \Phi(t)\ 1/t\ d\ P_\tau\ \right]$$

$$=I_{2\cdot1}+I_{2\cdot2}+I_{2\cdot3}\ \text{(मान लो)}$$

अब

$$I_{2\cdot1}=O\left[\frac{1}{P_n}\left(\ \Phi(t)\ \frac{P_\tau}{t}\right)_{1/n}^{\delta}\ \right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left(\frac{1}{P_n}\cdot\frac{g(1/n)}{\alpha(P_n)}\cdot\frac{P_n}{1/n}\right)$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left(\frac{n\,.\,g(1/n)}{\alpha(P_n)}\right)$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left(\frac{1}{P_n}\right)\qquad \text{संकल्पना (3.12) द्वारा}$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)\tag{4.3}$$

अब

$$I_{2\cdot2}=O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\ \Phi(t)\frac{P_\tau}{t^2}\ dt\right]$$

$t=\frac{1}{4}$ रखने पर हमें प्राप्त होगा

$$=O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\ \ \Phi\left(\frac{1}{u}\right)P(u)\ du\right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\sum_{k=1}^{n-1}\ \int_{k}^{k+1}\ \ \Phi\left(\frac{1}{u}\right)P(u)\ du\right]$$

(तारकेश्वर सिंह की थिसिस द्वारा)

परन्तु

$$\int_{k}^{k+1}\Phi(1/u)\ P(u)\ du\leqslant\Phi(1/k)\ P_k$$

$$=O\left[P_k\frac{g(1/k)}{\alpha(P_k)}\right]$$

अतः

$$I_{2\cdot 2}=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{P_k\,g(1/k)}{a(P_k)}\right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\cdot(P_n)^{\delta}\right]$$ प्रतिबन्ध (3.13) से

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta}$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta}$$ जब $0<\delta<1$ (4.4)

अब

$$I_{2\cdot 3}=O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\phi(t)\ \frac{dP_\tau}{t}\right]$$

$$=O\left[\frac{1}{P_n}\int_{1/n}^{\delta}\Phi(1/u)\,u\,dP(u)\right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\sum_{k=1}^{n-1}kp_k\,\Phi(1/k)\right]$$ तारकेश्वर सिंह की थीसिस द्वारा

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\sum_{k=1}^{n-1}\frac{P_k\,g(1/k)}{a(P_k)}\right]$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left[\frac{1}{P_n}\cdot(P_n)^{\delta}\right]$$ प्रतिबन्ध (3.12) से

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)+O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta}$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta}$$ (4.5)

(4.3), (4.4) और (4.5) के निष्कर्षों से हम पाते हैं कि

$$I_2=O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta}$$ (4.6)

अन्त में

$$I_3=O\left[\int_{\delta}^{\pi}\phi(t)\,N_n(t)\,dt\right]$$

$$=O\left[\frac{1}{P_n}\int_{\delta}^{\pi}|\phi(t)|\frac{P_\tau}{t^2}\,dt\right] \text{ प्रमेयिका 3 द्वारा}$$

$$=O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta}$$

जहाँ $0<\delta<1$ (4.7)

अब (4.2), (4.6) और (4.7) को संयुक्त करने पर हम पाते हैं कि

$$I=O\left(\frac{1}{P_n}\right)^{1-\delta} \text{ जब } 0<\delta<1$$

अतः प्रमेय की उपपत्ति सम्पन्न हुई।

कृतज्ञता-ज्ञापन

हम विक्रम विश्वविद्यालय के गणित प्राध्ययन केन्द्र के उपाचार्य डा० बी० के० ब्यौहार के आभारी हैं जिन्होंने इस प्रपत्र लेखन में मार्गदर्शन किया।

निर्देश

1. अस्ट्राचेन मेक्स, Duke Math. Jour. 1936, Vol. II, 543-568.
2. मैकफैडन, एल०, Duke Math. Jour., 1942, **9**, 168-207.
3. सिद्दीकी, जे० ए०, Proc. Indian Acad. Sci., 1948, **A28**, 527-31.
4. पती, टी०, Indian Jour. Math., 1961, **3**, 85-90.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

घरेलू वाहित मल-जल एवं अवमल की गुणवत्ता का अध्ययन

शिव गोपाल मिश्र तथा दिनेश मणि
शीलाधर मृदा विज्ञान संस्थान
इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

[प्राप्त—दिसम्बर 12, 1990]

सारांश

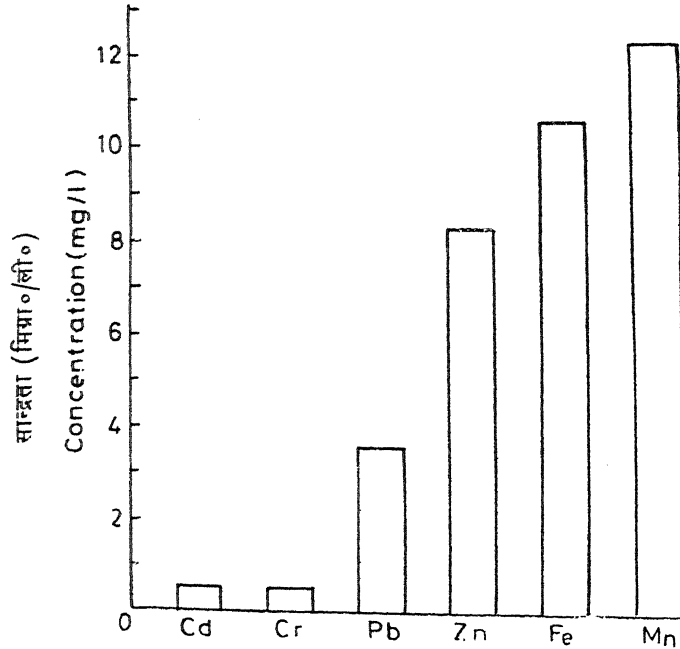
वाहित मल-जल के नमूने शीलाधर मृदा विज्ञान संस्थान के प्रयोगात्मक फार्म के निकट से बह रहे नगर महापालिका के नाले में से विभिन्न स्थानों से लिये गये। इस नाले में मुख्यत: घरेलू अपशिष्ट ही रहता है। इसी प्रकार अवमल के नमूने इसी नाले से एकत्रित किये गये। विश्लेषण के उपरान्त पाया गया कि वाहित मल-जल के अधिकांश नमूने उदासीन से हल्के क्षारीय प्रकृति के थे तथा इनकी विद्युत् चालकता 840 से 1920 dsm^{-1} थी। इन नमूनों की कुल कठोरता अपेक्षाकृत कम पायी गयी। कुल घुलनशील लवण की मात्रा 188.20 से 432.40 मिग्रा/ली० तक पायी गयी तथा जैव-रासायनिक आक्सीजन माँग (BOD) 96.00 से 150.40 मिग्रा/ली० तक थी। इस प्रकार इन गुणों के आधार पर शीलाधर फार्म पर प्रयुक्त वाहित मल-जल बहुत बुरा नहीं कहा जा सकता किन्तु इन नमूनों में भारी धातुओं की सान्द्रता अनुमत सान्द्रण सीमा से अधिक होने के कारण ऐसे जल का सिंचाई हेतु प्रयोग सर्वथा अनुपयुक्त ही होगा। अवमल के साथ भी ऐसा ही है।

Abstract

Study of the quality of domestic sewage water and sludge. *By* S. G. Misra and Dinesh Mani, Sheila Dhar Institute of Soil Science, Allahabad University.

Sewage water samples were collected from points located upstream and downstream of domestic drains. Sludge samples were also collected from the same drains. On analysis, most of the sewage water samples were found to be of neutral to slightly alkaline nature and the electrical conductivity of these waters ranged from 840 to

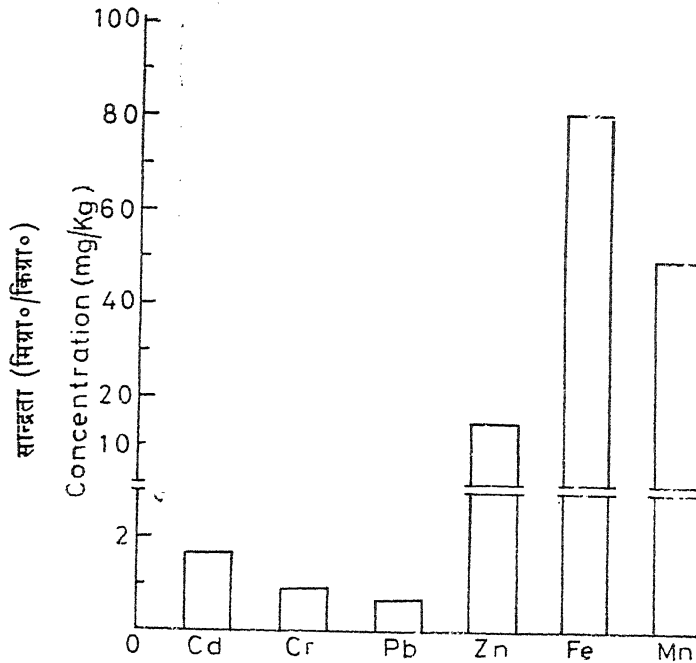
1920 *dsm*$^{-1}$. Total hardness and alkalinity of the samples were low. The dissolved solids in these waters is very high (188.20-432.40 mg/lit), because domestic and city effluents which collect through open surface drains find their way into the city disposal system of Allahabad. Sewage waters at Sheila Dhar Institute (SDI) experimental farm had medium BOD_5, varying from 96.00-150.40 mg/lit. Thus on the basis of these characteristics, sewage waters of SDI experimental farm do not fall in very bad quality for irrigation purposes but due to the presence of some heavy metals (at concentrations more than permissible limits), it would not be appropriate to use such waters for irrigating the crops. Similar is the case with sludge.

वाहित मल-जल द्वारा सिंचाई करने से मिट्टी में विभिन्न भारी धातुओं यथा Cd, Cr, Pb, Zn, Fe, Mn आदि के सान्द्रण के बढ़ने की सम्भावना रहती है[1]। हालाँकि घरेलू वाहित मल-जल में इनकी मात्रा औद्योगिक वाहित मल-जल की तुलना में काफी कम होती है फिर भी भारी धातुओं के एकत्रित होने की प्रवृत्ति के कारण इनकी सान्द्रता बढ़ सकती है। भारी धातुओं की कुछ न कुछ मात्रा घरेलू वाहित मल-जल में भी उपस्थित रहती है[2]। कुछ भारी धातुयें पौधों के लिए विषैली होती हैं यथा—कैडमियम, लैड आदि।

चित्र 1. वाहित मल-जल में भारी धातुओं की औसत सान्द्रता

भारी धातुओं के अतिरिक्त वाहित मल-जल में कुल घुलनशील लवणों की मात्रा, विद्युत् चालकता, जैव-रासायनिक आक्सीजन माँग आदि गुण भी इसकी गुणवत्ता को निर्धारित करते हैं। इनके अधिक होने पर मिट्टी की संरचना पर प्रतिकूल प्रभाव पड़ता है और मिट्टी 'बीमार' पड़ सकती है।

हमारे द्वारा किये गये वाहित मल-जल के उपयोग सम्बन्धी प्रारम्भिक प्रयोगों से यह स्पष्ट हो चुका है कि ऐसे जल से सिंचाई करने पर मृदा प्रदूषण बढ़ सकता है जिससे पौधे विषैले तत्वों की अधिक मात्रा अवशोषित कर सकते हैं। फिर भी इस बार हमने वाहित मल-जल एवं अवमल के विभिन्न नमूनों का विश्लेषण करके वाहित मल-जल एवं अवमल से होने वाले मृदा प्रदूषण की विस्तृत विवेचना प्रस्तुत की है।

प्रयोगात्मक

वाहित मल-जल के दस नमूने शीलाधर मृदा-विज्ञान संस्थान के प्रयोगात्मक फार्म के निकट से बह रहे नगर महापालिका के नाले से विभिन्न स्थानों से लिये गये। इस नाले में मुख्यतः घरेलू अपशिष्ट ही रहता है। अवमल के चार नमूने भी इसी तरह नाले से एकत्रित किये गये। इस फार्म पर उपलब्ध वाहित मल-जल के भौतिक-रासायनिक गुणधर्म सारणी 1 में दिये गये हैं। कुल घुलनशील लवण तथा जैव-रासायनिक आक्सीजन माँग सम्बन्धी परिणाम सारणी 2 में दर्शाये गये हैं। ये विश्लेषण मैनिवासकम द्वारा[3] वर्णित विधियों द्वारा किये गये हैं।

चित्र 2. अवमल में भारी धातुओं की औसत सान्द्रता (डी. टी. पी ए. निष्कर्षित)

भारी धातुओं के विश्लेषण के लिए एटॉमिक एब्जार्प्शन स्पेक्ट्रोफोटोमीटर (PYE UNICAM SP 2900 Coupled with SP-9 computer) की सहायता ली गयी। वाहित मल-जल या अवमल में

कुल मात्रा ज्ञात करने के लिए शुष्क किये गये नमूनों को डाइ-एसिड मिश्रण द्वारा निष्कर्षित किया गया तथा अवमल में उपलब्ध मात्रा ज्ञात करने के लिए डी० टी० पी० ए० द्वारा निष्कर्षण किया गया। वाहित मल-जल में भारी धातुओं की सान्द्रता सम्बन्धी परिणाम सारणी 3 तथा अवमल में भारी धातुओं की सान्द्रता सम्बन्धी परिणाम सारणी 4 में अंकित हैं।

परिणाम तथा विवेचना

विभिन्न परिणामों का विवरण इस प्रकार है—

सारणी 1

शीलाधर प्रयोगात्मक फार्म पर उपलब्ध वाहित मल-जल के भौतिक-रासायनिक गुण

पी-एच० (pH)		7.1—7.6
विद्युत् चालकता (EC d Sm^{-1})		840—1920
कुल ठोस पदार्थ	(मिग्रा/ली०)	188—432
कुल कठोरता	(मिग्रा/ली०)	180—220
क्षारीयता	(मिग्रा/ली०)	130—240
क्लोराइड	(मिग्रा/ली०)	15.0—32.0
कुल नाइट्रोजन	(मिग्रा/ली०)	2.25—6.75
नाइट्रेट नाइट्रोजन	(मिग्रा/ली०)	0.02—0.075
फास्फेट	(मिग्रा/ली०)	0.05—1.4
सल्फेट	(मिग्रा/ली०)	4.60—12.0

सारणी 1 से स्पष्ट है कि वाहित मल-जल की प्रकृति उदासीन से हल्की क्षारीय है। इसकी विद्युत् चालकता 840 से 1920 dSm^{-1} है। सारणी 2 को देखने पर पता चलता है कि इन नमूनों में कुल घुलनशील लवण की मात्रा 188.20 से 432.40 मिग्रा/ली० तक है तथा जैव-रासायनिक आक्सीजन माँग (BOD) 96.00 से 150.40 मिग्रा/ली० तक है। इस प्रकार इन गुणों के आधार पर शीलाधर फार्म पर प्रयुक्त वाहित मल-जल बहुत बुरा नहीं कहा जा सकता।

सारणी 2

शीलाधर प्रयोगात्मक फार्म पर उपलब्ध वाहित मल-जल में कुल घुलनशील ठोस पदार्थ (TDS) तथा जैव-रासायनिक आक्सीजन माँग (BOD) का स्तर

क्रम सं०	पी-एच०	कुल घुलनशील लवण (मिग्रा/ली०)	BOD_5 20°C पर (मिग्रा/ली०)
1.	7.1	270.80	106.20
2.	7.2	432.40	96.00
3.	7.6	388.20	120.30
4.	7.2	376.30	98.40
5.	7.5	392.40	115.70
6	7.3	188.20	98.60
7.	7.1	320.60	150.40
8.	7.3	196.20	103.10
9.	7.1	395.80	116.00
10.	7.2	402.30	115.20
माध्य	7.2	336.32	111.99

सारणी 3

शीलाधर फार्म पर उपलब्ध वाहित मल-जल में भारी धातुओं की सान्द्रता

नमूना संख्या	भारी धातुओं की सान्द्रता (पी० पी० एम० में)					
	Cd	Cr	Pb	Zn	Fe	Mn
1	0.60	0.28	5.00	10.00	12.00	10.60
2	0.85	0.70	8.00	8.00	11.50	13.60
3	0.26	0.55	2.60	9.50	10.80	12.80
4	0.45	0.60	0.70	5.80	8.00	11.30
माध्य	0.54	0.58	3.52	8.32	10.57	12.12

सारणी 3 में वाहित मल-जल में उपस्थित भारी धातुओं की सान्द्रता दर्शायी गयी है जबकि सारणी 4 में अवमल में उपस्थित भारी धातुओं की सान्द्रता दिखायी गयी है।

कैडमियम : वाहित मल-जल में कैडमियम की सान्द्रता 0.26 से 0.85 मिग्रा/ली० तक पायी गयी। FAO [4] के अनुसार सिंचाई जल में कैडमियम की अधिकतम अनुमेय सान्द्रता 0.01 मिग्रा/ली० है। इस प्रकार कैडमियम की मात्रा के आधार पर यह वाहित मल-जल सिंचाई के लिए अनुपयुक्त है।

क्रोमियम : क्रोमियम की मात्रा 0.28 से 0.70 मिग्रा/ली० तक पायी गयी। FAO (1985) के अनुसार सिंचाई जल में क्रोमियम की अधिकतम अनुमेय सान्द्रता 0.10 मिग्रा/ली० है। इस प्रकार क्रोमियम की मात्रा के आधार पर भी यह वाहित मल-जल सिंचाई के लिए अनुपयुक्त है।

लेड : प्रस्तुत अध्ययन में वाहित मल-जल में लेड की सान्द्रता 0.70 से 5.80 मिग्रा/ली० तक पायी गयी जबकि FAO के अनुसार सिंचाई जल में लेड की अधिकतम अनुमेय सान्द्रता 5 मिग्रा/ली० है। इस प्रकार लैड की मात्रा के आधार पर वाहित मल-जल सिंचाई के लिए प्रयोग करने पर उचित सावधानी बरतने की आवश्यकता है।

जिंक : जिंक की सान्द्रता 5.80 से 10.00 मिग्रा/ली० तक पायी गयी। ऐसा वाहित मल-जल घरेलू होने के कारण था। बॉउवर तथा चने[5] के अनुसार अधिकतम जिंक की सीमा (दीर्घ-कालीन सिंचाई उद्देश्य के लिए) 2 मिग्रा/ली० है। इस प्रकार यह जल सिंचाई के लिए अनुपयुक्त ही कहा जायेगा।

आयरन : वाहित मल-जल में आयरन की मात्रा 8.00 से 12.00 मिग्रा/ली० तक पायी गयी। FAO[4] तथा Nat. Acad. of Sciences[6] के अनुसार सिंचाई जल में आयरन की अधिकतम अनुमेय सान्द्रता 5 मिग्रा/ली० है। इस प्रकार आयरन की मात्रा के आधार पर भी यह जल सिंचाई के लिए उपयोगी नहीं है।

मैंगनीज : वाहित मल-जल में मैंगनीज की मात्रा 10.60 से 13.60 मिग्रा/ली० तक पायी गयी। इसकी अधिक मात्रा पौधों में विषाक्तता के लिए उत्तरदायी है। प्राट[7] के अनुसार इसकी अधिकतम अनुमेय सान्द्रता 0.2 मिग्रा/ली० है।

इस प्रकार शीलाधर फार्म पर सिंचाई के लिए प्रयुक्त वाहित मल-जल असन्तोषजनक स्थिति उत्पन्न कर सकता है। अतः इसे उचित उपचार के बाद ही इसे सिंचाई हेतु प्रयोग किया जाना चाहिए।

सारणी 4

शीलाधर फार्म पर उपलब्ध अवमल के विभिन्न नमूनों में भारी धातुओं की सान्द्रता (पी० पी० एम० में)

नमूना	Cd		Cr		Pb		Zn		Fe		Mn	
		डी.टी.पी.ए.		डी.टी.पी.ए.		डी.टी.पी.ए.		डी.टी.पी.ए.		डी.टी.पी.ए.		डी.टी.पी.ए.
संख्या	कुल	निष्कर्षित	कुल	निष्कर्षित	कुल	निष्कर्षित	कुल	निष्कर्षित	कुल	निष्कर्षित	कुल	निष्कर्षित
1	22	1.47	14	0.86	30	0.60	110	12.80	300	82.00	290	48.20
2	24	1.62	16	0.88	29	0.58	188	16.20	320	82.60	282	46.00
3	20	1.39	18	0.94	32	0.70	175	12.00	310	80.00	298	50.40
4	28	1.89	15	0.87	36	0.78	196	18.40	318	81.50	296	52.20
माध्य	23.50	1.57	15.75	0.88	31.75	0.66	184.75	14.80	312	81.50	291.50	49.20

सारणी 4 से स्पष्ट है कि भारी धातुओं की कुल सान्द्रता, डी० टी० पी० ए० निष्कर्षित सान्द्रता की तुलना में काफी अधिक है ।

निर्देश

1. मिश्रा, एम० जी०, श्रीवास्तव, सी० पी० तथा दिनेश मणि, **विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका**, 1988, **4**, 185-89.

2. क्लेइन, एल० ए०, लॅग, एम०, नाश, एन० तथा किर्सचर, एस० एल०, J. Water Pollut. Control Fed., 1974, **46**, 1563-1662.

3. मैनिवासकम, एन०, Physico-Chemical examination of water, sewage and industrial effluent, Pragati Prakashan, Meerut, 1985.

4. F A O Regional Seminar on the treatment and use of Sewage effluent for irrigation, Nicosia Cyprus, 7-9 Oct. 1985.

5. बांडवर, एच० तथा चने, आर० एन०, Land treatment of waste water. Adv. Agron, 1974, **26**, 133-176.

6. नेशनल एकेडमी ऑफ साइंसेज-नेशनल एकेडमी ऑफ इन्जीनियरिंग, 1973. Water quality criteria 1972 : A report of the Committee on water quality criteria, P. 232-253. EPA-R_3- 73-033, U. S. Environment Protection Agency Washington, D. C.

7. प्राट, पी० एफ०, Quality criteria for trace elements in irrigation waters. 1972 University of California Experiment Station, Riverside, California.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

पिपरैजीन तथा ऐरिल आक्सी ऐल्केन कार्बोक्सिलिक अम्लों के बिस ऐमाइडों का संश्लेषण तथा उनकी जैव सक्रियता

जे० एस० चौहान, जया चौहान तथा सन्तोष कुमार
रसायन विभाग, इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

[प्राप्त—दिसम्बर 20, 1989]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में ऐरिलआक्सी ऐल्केन कार्बोक्सिलिक अम्लों के पिपरैजीन ऐमाइडों के संश्लेषण एवं उनकी जैव सक्रियताओं की सूचना दी गई है।

Abstract

Synthesis of bis amides of piperazine and aryloxyalkane carboxylic acids and their biological activity [Synthesis of N[1], N[4]-bis-[2-(methyl/methoxy phenoxy) acetyl] piperazine. *By* J. S. Chauhan, Jaya Chauhan and Santosh Kumar, Department of Chemistry, University of Allahabad, Allahabad.

The present paper deals with the synthesis of piperazine amides of aryloxy-alkane carboxylic acids and reports their pharmacological and physiological activities.

पिपरैजीन के एक तथा द्विप्रतिस्थापित व्युत्पन्न केन्द्रीय तन्त्रिका तन्त्र पर अपने प्रभाव के लिए तथा शाकनाशियों के रूप में प्रयुक्त होते रहे हैं। प्रस्तुत प्रपत्र में ऐरिल आक्सीऐल्केन कार्बोक्सिलिक अम्लों के पिपरैजीन ऐमाइडों का संश्लेषण करके उनकी जैव सक्रियता देखी गयी है।

प्रयोगात्मक

मेथिल तथा मेथाक्सीफीनोलों के सोडियम लवणों को सोडियम क्लोरोऐसीटेट के साथ संघनित करके उपयुक्त अम्ल तैयार किये गये।[1, 2] ऐरिल आक्सीऐल्केन कार्बोक्सिलिक अम्ल तथा पिपरैजीन को क्लोरोफार्म में 2:1 आणविक अनुपात में लिया गया। इसमें डाइसाइक्लोहेक्सिल कार्बोडाइइमाइड

प्राप्ति

=56.76%

प्राप्त संघटन

C=63.72%　H=6.22%　N=6.70%

वांछित

C=63.77%　H=6.28%　N=6.76%

i. r. स्पेक्ट्रम

V_{Max}^{KBr} Cm^{-1} 3100, 2920, 2860, 1630, 1580, 1570, 1530, 1450, 1435, 1350, 1250, 1050, 900, 660.

p. m. r. स्पेक्ट्रम

$COCl_3$ 90 MHz$-\delta$ 1.2$-$2(m, 8H, piperazine protons), 3.0(S, 6H, Me′), 3.81(S, 4H, $-CH_2$), 6.86(S, 8H. Benzene protons).

द्रव्यमान स्पेक्ट्रम

m/e=414

यौगिक D

$R_1=R_2=H$,　$R_3=OMe$,　$R_1=R_5=H$

गलनांक

=117$-$19°C

प्राप्ति

=58.7%

प्राप्त संघटन

C=63.72%,　H=6.22%,　N=6.72%

वांछित

C=63.77%,　H=6.28%,　N=6.76%

i. r. स्पेक्ट्रम

V_{Max}^{KBr} Cm^{-1} 3100, 2950, 2900, 1665, 1610, 1530, 1520, 1460, 1395, 1358, 1240, 1062, 1038, 838—775, 670.

p. m. r. स्पेक्ट्रम

$COCl_3$, 90 MHz$-\delta$ 1$-$2(m, 8H, piprazine protons), 3.65(S, 6H, OMe), 4.6(S, 4H, $-CH_2-$), 6.72(S, 8H, benzene protons).

द्रव्यमान स्पेक्ट्रम

m/e=414

परिणाम तथा विवेचना

देहकार्यिकी गुणधर्म

पालक की बनारसी किस्म पर यौगिक A तथा B की परीक्षण की गई तो अंकुरण तो घटा ही, साथ ही पौधों की ऊँचाई तथा भार भी घटा। इस तरह ये ऐमाइड शाकनाशी प्रकृति वाले हैं।

भेषजगुण विज्ञानीय सक्रियता

यौगिक A तथा B का LD_{50} मान 1000 मिग्राम/किग्राम है जबकि C तथा D का LD_{50} क्रमशः 825 मिग्राम/किग्राम तथा 681 मिग्राम/किग्राम है। सभी यौगिकों में केन्द्रीय तन्त्रिका तन्त्र पर उत्तेजक गुण पाया गया (Resp ↑, React ↑, D=0/5)। शोथ प्रतिरोधी (I) तथा ऐलर्जी प्रतिरोधी (II) गुण सारणी में अंकित हैं।

सारणी 1

यौगिक	LD_{50} मात्रा का 1/5	
	I	II
A	12	64
B	—	59
C	—	56
D	—	66

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकों में से (जया चौहान) आर्थिक सहायता के लिए सी० एस० आई० आर०, नई दिल्ली के प्रति कृतज्ञता प्रकट करती है।

निर्देश

1. कोएल्श, फ्रेडरिक, J. Amer. Chem. Soc., 1931, 53, 304.
2. किम, J. Pr. Chem., 1897, 55, 133-122 (11)·

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34. No. 1-2, 1991

अवमल का मसूरी राक फास्फेट के साथ शलजम की फसल पर प्रभाव

शिवगोपाल मिश्र तथा सुनील दत्त तिवारी

शीलाधर मृदा विज्ञान संस्थान, इलाहाबाद विश्वविद्यालय

[प्राप्त—दिसम्बर 16, 1990]

सारांश

यह प्रयोग शलजम की फसल पर वाहित अवमल के साथ मसूरी राक फास्फेट का प्रभाव अध्ययन करने के लिए किया गया। अवमल की दो मात्राओं (30 टन और 50 टन प्रति हेक्टेयर) के साथ मसूरी राक फास्फेट की भी दो अलग-अलग मात्राओं (300 किग्राम और 500 किग्राम प्रति हेक्टेयर) का प्रयोग शलजम की फसल पर किया गया। 50 दिन बाद शलजम का जैव भार ज्ञात किया गया। यह पाया गया कि जहाँ पर केवल अवमल का प्रयोग हुआ है वहाँ पर जैव भार में कमी आई किन्तु जहाँ पर अवमल के साथ मसूरी राक फास्फेट का प्रयोग किया गया है वहाँ पर जैव भार में पर्याप्त वृद्धि हुई है। इस जैव भार (जड़ एवम् तना) का विश्लेषण करने पर यह पाया गया कि जहाँ पर अवमल के साथ मसूरी राक फास्फेट का प्रयोग किया गया है वहाँ पर भारी धातुओं का अवशोषण कम हुआ है परन्तु अकेले अवमल के प्रयोग से भारी धातुओं के अवशोषण में वृद्धि पायी गयी।

Abstract

Effect of sludge application along with Mussoorie Rock Phosphate. *By* S. G. Misra and Sunil Dutt Tiwari, Sheila Dhar Institute of Soil Science, Uhiversity of Allahabad.

A field trial was conducted to study the effect of sludge along with Mussoorie Rock Phosphate on a tuber crop (turnip). Two doses of sludge (30 tons and 50 tons /ha.) and two doses of Mussoorie Rock Phosphate (300 kg and 500 kg/ha.) were used. The biomass was recorded after 50 days. It was observed that the biomass obtained from sludge alone is less than the biomass obtained from the use of sludge in combination with Mussoorie Rock Phosphate. In addition, a reduced uptake of

heavy metals was observed where sludge was used in combination with Mussoorie Rock Phosphate, but with sludge alone, an increased uptake of heavy metals by turnip crop was noted.

यह सुविदित है कि मिट्टी में वाहित मलजल और अवमल के प्रयोग द्वारा पौधों को पर्याप्त मात्रा में NPK जैसे उर्वरक तत्व उपलब्ध होते हैं। परन्तु आधुनिक शोधों द्वारा स्पष्ट हो चुका है कि इन दोनों में भारी धातुएं भी जैसे कैडमियम (Cd), क्रोमियम (Cr), जिंक (Zn) आदि पायी जाती हैं और यदि ये धातुएँ सहनशील मात्रा से अधिक होती हैं तो फसलों को हानि पहुँचाती हैं। कैडमियम तथा क्रोमियम की सहनशील मात्राएँ 5 तथा 100 पी० पी० एम० बतलायी गयी हैं।[1] बेट्स[2], कनिंघम तथा साथियों[3] के अनुसार तत्वों के विषाक्त स्तर और उनकी अन्योन्य क्रियाओं के कारण फसलों की उपज में कमी आती है। अतः अवमल के गुणों को पौधों के लिए निश्चित करने की आवश्यकता है। प्रस्तुत अध्ययन द्वारा मिट्टी में अवमल तथा इस अवमल के साथ मसूरी राक फास्फेट मिलाकर इनका शलजम की फसल पर प्रभाव देखा गया है।

प्रयोगात्मक

शलजम की फसल पर अवमल के साथ मसूरी राक फास्फेट का प्रयोग करके इनके प्रभाव को ज्ञात करने हेतु शीलाधर मृदा विज्ञान संस्थान में एक प्रक्षेत्र प्रयोग किया गया। अवमल (सूखा) 30 टन और 50 टन प्रति हेक्टेयर की दर से डाला गया। मसूरी रॉक फास्फेट की मात्रा 300 किलोग्राम तथा 500 किलोग्राम प्रति हेक्टेयर थी। इसमें 19.025% P_2O_5 की मात्रा थी। अवमल की मात्राओं का प्रयोग यादृच्छिक विधि से अकेले और मसूरी रॉक फास्फेट के साथ किया गया। शलजम की फसल कुल 27 प्लाटों (प्रत्येक 1 वर्गमीटर) में बोई गयी। शलजम की बीज दर 4 किग्रा० प्रति हेक्टेयर रखी गयी और सिंचाई साधारण जल से की गयी। 50 दिनों के बाद जैव भार (जड़ एवम् तना) ज्ञात किया गया। शुष्क जैव भार में Fe, Cd, Cr की मात्राएँ AAS (Atomic Absorption Spectrophotometer) विधि द्वारा ज्ञात की गयीं। प्राप्त परिणाम सारणी 1, 2 और 3 में अंकित हैं।

प्रयुक्त अवमल का भी विश्लेषण भारी धातुओं के लिए किया गया। इसमें कार्बन 1.325%, आयरन (Fe) 210.7 ppm, कैडमियम (Cd) 47.02 ppm और क्रोमियम (Cr) 3.57 ppm पाया गया।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 1 से स्पष्ट है कि जब अवमल का प्रयोग अकेले किया गया तो जैवभाव में कमी पायी गयी। बोसवेल[4] को भी इसी तरह के परिणाम प्राप्त हुए। परन्तु जब अवमल के साथ मसूरी रॉक फास्फेट का प्रयोग किया गया तो जैव भार में वद्धि हुई। अवमल के साथ रॉक फास्फेट की बढ़ती मात्रा से जैव भार में क्रमशः वृद्धि हुई है।

सारणी 1

उपचार/वर्ग मीटर	जैव भार/वर्ग मीटर	
	जड़ (ग्राम)	तना (ग्राम)
नियन्त्रण	200	500
3 किग्रा० अवमल	360	640
3 किग्रा० अवमल+30 ग्राम म० रा० फा०	480	520
3 किग्रा० अवमल+50 ग्राम म० रा० फा०	510	525
5 किग्राम अवमल	600	500
5 किग्रा० अवमल+30 ग्राम म० रा० फा०	800	700
5 किग्रा० अवमल+50 ग्राम म० रा० फा०	840	720
30 ग्राम म० रा० फा०	260	590
50 ग्राम म० रा० फा०	300	650

म० रा० फा०=मसूरी राक फास्फेट

सारणी 2

शलजम की जड़ों द्वारा अवशोषित भारी धातुओं की मात्रा

उपचार/वर्ग मीटर	भारी धातुएँ		
	Cd(ppm)	Fe(ppm)	Cr(ppm)
नियन्त्रण	2.23	36.49	00
3 किग्रा अवमल	32.32	118.4	7.15
3 किग्रा अवमल+30 ग्राम म० रा० फा०	25.36	140.2	3.57
3 किग्रा अवमल+50 ग्राम म० रा० फा०	22.27	220.3	2.17
5 किग्रा अवमल	32.34	222.6	8.12
5 किग्रा अवमल+30 ग्राम म० रा० फा०	29.3	236.2	4.32
5 किग्रा अवमल+50 ग्राम म० रा० फा०	22.22	114.79	2.36
30 ग्राम म० रा० फा०	4.02	109.67	00
50 ग्राम म० रा० फा०	6.07	152.36	00

मारणी 2 से स्पष्ट है कि जब अवमल और मसूरी राक फास्फेट का प्रयोग एकसाथ किया गया तो शलजम की जड़ों द्वारा भारी धातुओं का अवशोषण कम हुआ है (22.22 ppm Cd, 114.79 ppm Fe, 2.36 ppm Cr) परन्तु जहाँ पर अकेले अवमल का प्रयोग हुआ है वहाँ भारी धातुओं का अवशोषण अपेक्षतया अधिक हुआ है (32.32 ppm Cd, 222.6 ppm Fe, 8.12 ppm Cr)। भारी धातुओं के अवशोषण में जो कमी आई उसके लिए राक फास्फेट उत्तरदायी है। यह राक फास्फेट अवमल के साथ क्रिया करके 50 दिनों में काफी विलेय बनकर भारी धातुओं को अविलेय बनाने में सहायक है।

मारणी 3 के अनुसार भारी धातुओं का अवशोषण जड़ों की अपेक्षा पत्तियों में कम हुआ है।

सारणी 3

शलजम की पत्तियों में अवशोषित भारी धातुओं की मात्रा

उपचार/वर्ग मीटर	भारी तत्व		
	Cd(ppm)	Fe(ppm)	Cr(ppm)
नियन्त्रण	1.27	12.36	00
3 किग्रा अवमल	29.32	70.43	7.15
3 किग्रा अवकल+30 ग्राम मा० रा० फा०	23.33	37.57	4.15
3 किग्रा अवमल+50 ग्राम मा० रा० फा०	21.23	32.52	2.12
5 किग्रा अवमल	32.32	39.24	8.15
5 किग्रा अवमल+30 ग्राम म० रा० फा०	27.24	30.24	4.13
5 किग्रा अवमल+50 ग्राम म० रा० फा०	20.4	21.23	00
30 ग्राम म० रा० फा०	2.37	4.12	00
50 ग्राम म० रा० फा०	3.32	5.17	00

स्पष्ट है कि अकेले अवमल का प्रयोग शलजम जैसी कन्द (जो तरकारी के लिए प्रयुक्त है) के लिए (विशेषकर Cd के रूप में) घातक हो सकता है किन्तु मसूरी राक फास्फेट के प्रयोग से इस विषाक्तता को कम किया जा सकता है।

निर्देश

1. के० टेटजिन, FAO Soil bulletin, 1975, page 211-217.

2. वेट्स, टी० एफ०, Soil Sci. 1971, 4, 112-116.

3. कनिंघम जे० डी०, केनी, डी० आर० तथा रेन, जे० ए०, J. Environ Qual, 1975, 4, 448.

4. बोसवेल, एफ० सी०, 1974, paper presented in 66 th annual meeting of Amer. Soc. Agron. held on Nov. 10-15 at Chicago, Illinois p. 23.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 1-2, 1991

उपगामी क्रम विनिमयी प्रतिचित्रणों हेतु 2-दूरीक समष्टि में एक स्थिर बिन्दु प्रमेय

नीलिमा शर्मा तथा पी० एल० शर्मा
गणित विभाग, सागर विश्वविद्यालय, सागर (म० प्र०)

[प्राप्त—अक्टूबर 10, 1990]

सारांश

इस प्रपत्र में एक 2-दूरीक समष्टि (X, d) पर प्रतिचित्रणों में A, S, T के लिए एक नई प्रतिचित्रण शर्तं के अन्तर्गत संपाती एवं स्थिर बिन्दुओं के अस्तित्व के लिए एक प्रमेय सिद्ध किया गया है जिसमें युगल (A, S) एवं (A, T) उपगामी क्रमविनिमयी है। हमारी प्रतिचित्रण शर्तं चो[1], धागे[2], सिंह तथा इसेकी[6], आचारी[3], पचपेटे[4] एवं श्याम लाल सिंह तथा विजयेन्द्र कुमार[5] द्वारा ली गई प्रतिचित्रण शर्तों से अधिक व्यापक है।

Abstract

Fixed point theorem in 2-metric spaces. *By* Neelima Sharma and P. L. Sharma, Mathematics Department, Sagar University, Sagar (M. P.)

A fixed point theorem has been given under new mappings condition in 2 metric spaces.

1. सबसे पहले हमें निम्न परिभाषा से परिचित होना होगा :

परिभाषा 1[5] : दूरीक समष्टि (X, d) पर A और T स्वप्रतिचित्रण हैं। तब A और T को x पर उपगामी क्रम विनिमयी (U-उपगामी क्रमविनिमयी) कहा जायेगा यदि और केवल यदि x के प्रत्येक अवयव a के लिए

$$\lim d(Ax_n, TAx_n, a)=0$$

और तब

$$\lim Ax_n=\lim Tx_n=u$$

अब हम अपना प्रमेय लिखेंगे :

प्रमेय : माना कि (X, d) एक 2-दूरीक समष्टि है, जहाँ d सांतत्य है। A, S, T समष्टि x पर स्व-प्रतिचित्रण है। k और q वास्तविक संख्याएं हैं जहाँ $0<q<1$ तथा

$$\min\{d(Sx, Ax, a)\, d(Ax, Ay, a), [d(Sx, Ty, a]^2, d(Sx, Ax, a)\, d(Ty, Ay, a),$$

$$\frac{d(Ty, Ay, a)\,[1+d(Sx, Ax, a)]}{1+d(Sx, Ty, a)} \cdot \frac{d(Sx, Ax, a)\, d(Ty, Ay, a)}{d(Sx, Ty, a)}\Big\}$$

$$+K \min\{d(Sx, Ax, a)\, d(Sx, Ty, a), d(Sx, Ay, a)\, d(Ty, Ax, a)$$

$$\frac{d(Sx, Ay, a)\,[1+d(Sx, Ax, a)+d(Ty, Ax, a)]}{1+d(Sx, Ty, a)} \cdot \frac{d(Sx, Ax, a)\, d(Ty, Ay, a)}{d(Sx, Ty, a)}$$

$$\leqslant q\, d(Sx, Ay, a)\, d(Sx, Ty, a) \tag{1.1}$$

जहाँ

$x, y, a \in X.$

किसी बिन्दु $x_0 \in X$ के लिए $\{x_n\}$ इस प्रकार से परिभाषित है :

$$Sx_{2n+1}=Ax_{2n},\ Tx_{2n+2}=Ax_{2n+1},$$

$$Ax_{n+1} \neq Ax_{n+2},\ n=0, 1, 2,\ldots \tag{1.2}$$

अनुक्रम $\{Ax_n\}$ का कोई एक उपानुक्रम X के किसी बिन्दु z पर अभिसरित होता हो, (1.3)

प्रतिचित्रण A, S, T बिन्दु Z पर सांतत्य हों, (1.4)

युगल $\{A, S\}$ तथा $\{A, T\}$ उपगामी क्रम विनिमयी हों, तब Z प्रतिचित्रणों A, S, T का संपाती बिन्दु होगा अर्थात् $Az=Sz=Tz$ और यह अद्वितीय उभयनिष्ठ बिन्दु होगा। (1.5)

उपपत्ति : असमिका (1.1) में $x=x_{2n}$ तथा $y=x_{2n+1}$ रखने पर हम लिखेंगे

$$\min\{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)\, d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a), [d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)]^2$$

$$d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)\, d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a),$$

$$\frac{d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a)\,[1+d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)]}{1+d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)} \times$$

$$\times \frac{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)\, d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a)}{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)}\Big\}$$

$$+K \min\{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)\, d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a),$$

$$d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n+1}, a)\, d(Ax_{2n}, Ax_{2n}, a),$$

$$\frac{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n+1}, a)\,[1+d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)+d(Ax_{2n}, Ax_{2n}, a)]}{1+d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)}$$

$$\times\frac{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)\,d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a)}{d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)}$$

$$\leqslant q\, d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)\, d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a) \tag{1.6}$$

जब निम्नलिखित में से कोई सत्य होगा :

$$d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a) \leqslant q\, d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a) \tag{1.7}$$

$$[d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)]^2 \leqslant q[d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)]^2 \tag{1.8}$$

$$[d(Ax_{2n}, Ax_{2n+1}, a)]^2 \leqslant q[d(Ax_{2n-1}, Ax_{2n}, a)]^2 \tag{1.9}$$

अर्थात्

$$d(Ax_{2n+1}, Ax_{2n}, a) \leqslant q(Ax_{2n}, Ax_{2n-1}, a)$$

क्योंकि (1.8) असम्भव है।

इसी प्रकार यदि (1.1) में

$$x=x_{2n+1}$$

तथा

$$y=x_{2n+2}$$

रखें तो

$$d(Ax_{2n+2}, Ax_{2n+1}, a) \leqslant q\, d(Ax_{2n+1}, Ax_{2n}, a).$$

इस तरह (Ax_n) एक कोशी अनुक्रम होगा। अतः (1.3) से

$$Ax_n \to Z,\ Sx_{2n+1} \to Z,\ Tx_{2n+2} \to Z$$

तथा (1.4) के द्वारा

$$ATx_{ni} \to AZ$$

तथा

$$TAx_{ni} \to TZ$$

जहाँ $\{n_i\}$ अनुक्रम $\{n\}$ का एक उपानुक्रम है। हमें ज्ञात है कि A और T, Z उपगामी क्रम विनिमयी प्रतिचित्रण हैं, इसलिए a के प्रत्येक मान के लिए

$$\lim d(ATx_{ni}, TAx_{ni}, a)=0$$

तथा चूंकि d सांतत्य है, इस कारण

$$d(Az, Tz, a)=0$$

अर्थात्

$$AZ=TZ$$

इसी प्रकार

$$AZ=SZ$$

अब (1.1) में $x=x_{2n}$ तथा $y=z$ रखने पर तथा सीमान्त मान लेने पर

$$d(z, Az, a) \leqslant q/k\ d(z, Az, a)$$

$$\therefore \quad AZ=Z.$$

इस तरह बिन्दु Z प्रतिचित्रणों A, S, T का उभयनिष्ठ स्थिर बिन्दु है। यह सिद्ध करना सरल है कि Z अद्वितीय स्थिर बिन्दु है।

निर्देश

1. चौ, वाई० जे०, Pushan Kyongnam Math. J., 1985, **1**. 81-88.
2. धागे, बी० सी०, Indian J. Pure App. Math., 1985, **16**, 245-256.
3. आचारी, जे०, Math. Vesnik, 1978, **13**, 255-257.
4. पचपेटे, बी० जी०, Ind. J. Pure App. Math., 1979, **10(8)**, 1039-1043.
5. सिंह, एस० एल० तथा कुमार, बी०, **विज्ञान परिषद अनुसंधान पत्रिका**, 1987, 3 तथा 1987, **4**.
6. सिंह, एस० एल० तथा ईसकी, के०, Indian J. Phy. Math. Sc., 1983, 32-34.

लेखकों से निवेदन

1. विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका में वे ही अनुसन्धान लेख छापे जा सकेंगे, जो अन्यत्र न तो छपे हों और न आगे छापे जायँ। प्रत्येक लेखक से इस सहयोग की आशा की जाती है कि इसमें प्रकाशित लेखों का स्तर वही हो जो किसी राष्ट्र की वैज्ञानिक अनुसन्धान पत्रिका का होना चाहिये।

2. लेख नागरी लिपि और हिन्दी भाषा में पृष्ठ के एक ओर ही सुस्पष्ट अक्षरों में लिखे अथवा टाइप किये आने चाहिये तथा पंक्तियों के बीच में पार्श्व संशोधन के लिये उचित रिक्त स्थान होना चाहिए।

3. अंग्रेजी में भेजे गये लेखों के अनुवाद का भी कार्यालय में प्रबन्ध है। इस अनुवाद के लिये तीन रुपये प्रति मुद्रित पृष्ठ के हिसाब से पारिश्रमिक लेखक को देना होगा।

4. लेखों में साधारणतया यूरोपीय अक्षरों के साथ रोमन अंकों का व्यवहार भी किया जा सकेगा, जैसे $(K_4FeCN)_6$ अथवा $\alpha\beta_1\gamma^4$ इत्यादि। रेखाचित्रों या ग्राफों पर रोमन अंकों का भी प्रयोग हो सकता है।

5. ग्राफों और चित्रों में नागरी लिपि में दिये आदेशों के साथ यूरोपीय भाषा में भी आदेश दे देना अनुचित न होगा।

6. प्रत्येक लेख के साथ हिन्दी में और अँग्रेजी में एक संक्षिप्त सारांश (Summary) भी आना चाहिये। अंग्रेजी में दिया गया यह सारांश इतना स्पष्ट होना चाहिये कि विदेशी संक्षिप्तियों (Abstract) में इनसे सहायता ली जा सकेंगे।

7. प्रकाशनार्थ चित्र काली इंडिया स्याही से ब्रिस्टल बोर्ड कागज पर बने आने चाहिये। इस पर अंक और अक्षर पेन्सिल से लिखे होने चाहिये। जितने आकार का चित्र छापना है, उसके दुगुने आकार के चित्र तैयार होकर आने चाहिये। चित्रों को कार्यालय में भी आर्टिस्ट से तैयार कराया जा सकता है, पर उसका पारिश्रमिक लेखक को देना होगा। चौथाई मूल्य पर चित्रों के ब्लाक लेखकों के हाथ बेचे भी जा सकेंगे।

8. लेखों में निर्देश (Reference) लेख के अन्त में दिये जायँगे।
पहले व्यक्तियों के नाम, जर्नल का संक्षिप्त नाम, फिर वर्ष, फिर भाग (Volume) और अन्त में पृष्ठ संख्या। निम्न प्रकार से—

    फॉवेल, आर० आर० और म्युलर, जे०, जाइट फिजिक० केमि०, 1928, 150, 80।

9. प्रत्येक लेख के 50 पुनर्मुद्रण (रिप्रिन्ट) मूल्य दिये जाने पर उपलब्ध हो सकेंगे।

10. लेख "सम्पादक, विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका, विज्ञान परिषद्, महर्षि दयानन्द मार्ग, इलाहाबाद-2" इस पते पर आने चाहिये। आलोचक की सम्मति प्राप्त करके लेख प्रकाशित किये जाएँगे।

प्रबंध सम्पादक

प्रधान सम्पादक
स्वामी सत्य प्रकाश सरस्वती

Chief Editor
Swami Satya Prakash Saraswati

सम्पादक
डा० चन्द्रिका प्रसाद
डी० फिल०

Editor
Dr. Chandrika Prasad
D. Phil.

प्रबन्ध सम्पादक
डॉ० शिवगोपाल मिश्र,
एम० एस-सी०, डी० फिल०

Managing Editor
Dr· Sheo Gopal Misra,
M. Sc.. D. Phil., F. N. A. Sc.

मूल्य

वार्षिक मूल्य : 30 रु० या 12 पौंड या 40 डालर
त्रैमासिक मूल्य ; 8 रु० या 3 पौंड या 10 डालर

Rates

Annual Rs. 30 *or* 12 £ *or* $ 40
Per Vol. Rs. 8 *or* 3 £ *or* $ 10

Vijnana Parishad
Maharshi Dayanand Marg
Allahabad, 211002
India

प्रकाशक :
विज्ञान परिषद्,
महर्षि दयानन्द मार्ग,
इलाहाबाद-2

मुद्रक : प्रसाद मुद्रणालय,
7 बेली ऐवेन्यू,
इलाहाबाद

विषय सूची

1. आदिम जनजाति बिरहोर के सोल डरमेटोग्लायफिक्स (तलवा का त्वचीय प्रतिरूप) का अध्ययन

चतुर्भुज साहू ... 107

2. आइपोमिया कार्निया जैक्विना के काष्ठ का रासायनिक विश्लेषण एवं लुगदी तथा कागज निर्माण में उपयोग का अध्ययन

आर० एन० शुक्ला, एस० पी० शर्मा तथा आर० एम० श्रीवास्तव ... 115

3. फूरियर प्रसार द्वारा सन्निकटन

वन्दना गुप्ता, अर्चना ब्योहर तथा वीरेन्द्र के० गुप्ता ... 127

4. द्वि-दूरीक समष्टि में स्थिर विन्दु प्रमेय

एस० खान तथा पी० एल० शर्मा ... 133

5. बहुचर A-फलन के लिए सान्त श्रेणी

आर० के० सक्सेना तथा यशवन्त सिंह ... 139

6. वाराणसी के गंगा अवसाद में कार्बनिक पदार्थ एवं आविषालु धातुएँ

सच्चिदानन्द सिंह, अजय श्रीवास्तव तथा महाराज नारायण मेहरोत्रा ... 147

7. कोल्चीसीन द्वारा कुसुम में स्वचतुर्गुणन का अध्ययन

बनारसी यादव, हृदय कुमार तथा प्रमोद कुमार चौबे ... 155

8. फसलों पर प्रदूषक सीसे का प्रभाव

शिवगोपाल मिश्र तथा विनय कुमार ... 161

9. संयुग्मी फूरियर श्रेणी के नार्लुण्ड माध्यों के द्वारा फलनों का सन्निकटन

कुमारी प्रीति पीपलीवाल तथा अर्चना ब्यौहर ... 165

10. लुगदी एवं कागज औद्योगिक इकाइयों के बहिःस्राव जल का कृषि सिंचाई हेतु प्रयोगात्मक अध्ययन

आर० एन० शुक्ला तथा एस० पी० शर्मा ... 173

11. भारतीय उपमहाद्वीप में ग्लूकोनाइट खनिज : एक भूवैज्ञानिक विवेचना

राय अवधेश कुमार श्रीवास्तव ... 181

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34. No. 3, 1991

आदिम जनजाति बिरहोर के सोल डरमेटोग्लायफिक्स (तलवा का त्वचीय प्रतिरूप) का अध्ययन

डा० चतुर्भुज साहू
मानव विज्ञान विभाग
गिरिडीह कॉलेज, गिरिडीह (बिहार)

[प्राप्त—दिसम्बर 5, 1990]

सारांश

प्रस्तुत शोध कार्य बिरहोर के सोल प्रिंट का अध्ययन है। डरमेटोग्लायफिक्स रेखाओं का विश्लेषण करने से यह स्पष्ट पता चलता है कि मुख्य रेखा E का अन्त एक ही क्षेत्र 13, A का अन्त दो क्षेत्रों में 1″ एवं 1′ में, D और C का अन्त तीन-तीन क्षेत्रों 1′, 1″ एवं 7 में तथा B का अन्त चार क्षेत्रों 1′, 1″, 7 एवं 9 में हुआ है। हेलुकल (थिनर/1) क्षेत्र में लूप डिस्टल दोनों ही पैरों में लगभग समान पाये गये हैं। इन्टरडिजिटल क्षेत्र II में लूप डिस्टल एवं ओपेन फील्ड की संख्या भी लगभग बराबर पायी गयी है। इसकी तुलना बिहार की ही दो प्रमुख जनजातियों मुण्डा एवं उराँव के साथ की गयी है। χ^2 जाँच से पता चलता है कि बिरहोर एवं मुण्डा के बीच कोई महत्वपूर्ण अन्तर नहीं है जबकि बिरहोर एवं उराँव में महत्वपूर्ण अन्तर पाया जाता है।

Abstract

Study of sole dermatoglyphics of the Birhor (a primitive tribe). *By* Chaturbhuj Sahu, Department of Anthropology, Giridih College, Giridih, Bihar.

The present research work is a study of the sole dermatoglyphics of the Birhor. On analysing the dermatoglyphic lines it is discovered that the main line E has a single termination at 13, A has double termination at 1″ and 1′, whereas D and C are tri-ending lines namely at 1′, 1″ and 7 and B attains quadruped viz. 1′, 1″, 7 and 9. In the Hallucal sector equi-loop distals have been found in both the feet. In the inter digital area II loop distal and open field counterpoise each other in

space. It has been compared with two famous tribes—the Munda and the Oraon of Bihar. χ^2 (chi square) study reveals that in between the Birhor and Munda it makes no significant difference whereas in between the Birhor and the Oraon this counts.

डरमेटोग्लायफिक्स का अध्ययन मानव के लिए अति प्राचीन काल से ही महत्वपूर्ण विषय रहा है क्योंकि वे जानवरों के पदचिन्हों को देखकर उसका शिकार करते थे। ज्योतिषी भी हथेली की रेखाओं का अध्ययन करके भविष्यवाणी करते रहे हैं। इस सम्बन्ध में वैज्ञानिक अध्ययन भी काफी पुराना है। 17 वीं शताब्दी में डॉ० नेहेमिया ग्रेव (1684), फेलो ऑफ द कॉलेज ऑफ फिजिसियन्स एण्ड सर्जन्स ऑल द रॉयल सोसायटी, इंगलैण्ड, प्रो० मारसेलो मालफिजी (1686), डिपार्टमेंट ऑफ एनाटोमी, बोलोन विश्वविद्यालय, इटली ने हथेली की वाह्य आकृति का वर्णन किया। 1823 में जोन एवेंगलिस्ट पुर्किजे ने डाक्टर ऑफ मेडिसिन (उपाधि) के लिए ब्रेसुल विश्वविद्यालय में त्वचीय प्रतिरूप (फिंगर प्रिंट) पर अपना शोध कार्य प्रस्तुत किया। डॉ० हेनरी फाउड (1858), सुकुजी होस्पिटल, टोकियो ने जापानी तथा अन्य नागरिकों के त्वचीय प्रतिरूपों का अध्ययन करके प्रजातीय विभिन्नताओं की तुलना की। उसने यह भी सुझाव दिया कि इसके द्वारा अपराधियों को पहचाना जा सकता है। उसके बाद एनाटोमिस्ट, शारीरिक मानव वैज्ञानिक आदि लिंग एवं प्रजाति के आधार पर शोधकार्य प्रस्तुत करने लगे।

त्वचीय रेखाएँ अँगुली, हथेली एवं तलवा (सोल) पर निश्चित आकार के रूप में बनी होती हैं और अपरित्याज्य भी हैं। यह प्रत्येक व्यक्ति में अलग-अलग होती हैं। मोनोजाइगोटिक जुड़वे बच्चे में भी ये अलग-अलग होती हैं। रेखाएँ भ्रूण के 13वें सप्ताह में ही अपना निश्चित आकार ले लेती हैं जो आजीवन अपरिवर्तित रहती हैं।

आजकल भारत में भी त्वचीय प्रतिरूपों पर शोधकार्य उपलब्ध हैं परन्तु तुलनात्मक रूप में बिहार में बहुत ही कम शोधकार्य हुआ है। बिहार की दो प्रमुख जनजातियों-मुण्डा एवं उराँव की अँगुली एवं हथेली के त्वचीय प्रतिरूप पर कुछ कार्य हुए हैं (वर्मा[1], मुखर्जी तथा चक्रवर्ती[2], चक्रवर्ती[3], दास शर्मा[4], दास शर्मा तथा साहू[5], शुक्ला तथा त्यागी[6])। इन्हीं जनजातियों के सोल प्रिंट पर दास शर्मा[7] के अतिरिक्त कोई अन्य कार्य नहीं हुआ है। आदिम जनजाति बिरहोर पर किसी भी प्रकार के त्वचीय प्रतिरूप का अध्ययन नहीं किया गया है। प्रस्तुत शोध कार्य बिहार के छोटा नागपुर क्षेत्र की बिरहोर एवं दो अन्य जनजातियों (मुण्डा एवं उराँव) का एक तुलनात्मक अध्ययन है।

प्रयोगात्मक

प्रस्तुत अध्ययन के लिए 100 बिरहोर मर्द (कुल जनसंख्या के 5% से ज्यादा) के सोल प्रिंट्स लिए गए हैं तथा उनका विश्लेषण कमिंस तथा मिडलो[8] के आधार पर किया गया है। χ^2 (काई वर्ग) वुल्फ[9] के जी-सारणी के व्यवहार से निकाला गया है और सम्भावनाएं फिशर तथा येट्स[10] के आधार पर प्राप्त की गई हैं। एनाटोमी के अनुसार मानव का तलवा 8 क्षेत्रों में बाँटा गया है जहाँ विभिन्न

प्रकार के त्वचीय प्रतिरूप पाए जाते हैं। इन्हें टिबियों-फिबुलर अनुक्रम के आधार पर—हेलुकल क्षेत्र, इंटरडिजिटल I, II, III, एवं IV, हाइपोथिनर डिस्टल, हाइपोथिनर प्रोक्सिमल, केलकर एवं थिनर प्रोक्सिमल कहा जाता है।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 1 में मुख्य रेखाओं DCBAE के अन्त होने की स्थिति को दर्शाया गया है। मुख्य रेखा D का अन्त क्षेत्र 1′ में अधिक (72 प्रतिशत) है लेकिन दाँये पैर के व्यक्ति (78 प्रतिशत) ज्यादा पाये गये हैं। इसी रेखा के अन्त क्षेत्र 1″ में बाँये पैर के व्यक्ति ज्यादा पाये गये हैं।

मुख्य रेखा C का अन्त क्षेत्र 1′ में अधिक (45 प्रतिशत) है तथा दोनों ही पैरों में समान स्थिति पायी गयी है। क्षेत्र 9 तथा क्षेत्र 1″ क्रमशः दूसरे तथा तीसरे स्थान पर पाते हैं लेकिन इनमें बाँये पैर के व्यक्ति ज्यादा पाये गये हैं।

मुख्य रेखा B का अन्त क्षेत्र 1″ में अधिक (49.5 प्रतिशत) है तथा क्षेत्र 1′, 7 एवं 9 में क्रमशः 14 प्रतिशत, 17 प्रतिशत एवं 16 प्रतिशत घुमाव पाया गया है। क्षेत्र 1 एवं 7 में बाँये पैर के व्यक्ति अधिक हैं तो क्षेत्र 9 में दाँये पैर वाले अधिक हैं।

मुख्य रेखा A का अन्त क्षेत्र मुख्यतः 1″ (90 प्रतिशत) ही है और दोनों ही पैरों में समान स्थिति पायी गयी है। 2.5 प्रतिशत लोगों का अन्त क्षेत्र 5 पाया गया है।

मुख्य रेखा E का अन्त क्षेत्र मुख्यतः 13 (99.5 प्रतिशत) है। सिर्फ 1 केस (·5 प्रतिशत) 1″ में अन्त करता है।

सारणी 1 से यह स्पष्ट पता चलता है कि मुख्य रेखा E का अन्त एक ही क्षेत्र 13, A का अन्त दो क्षेत्रों में 1′ एवं 1′, D और C का तीन-तीन क्षेत्रों 1′, 1″ एवं 9 में तथा B का अन्त चार क्षेत्रों 1′, 1″, 7 एवं 9 में हुआ है।

इन रेखाओं की तुलना (दास शर्मा के द्वारा प्राप्त आँकड़ों के आधार पर) मुण्डा एवं उराँव के साथ करने पर पाया जाता है कि मुण्डा में मुख्य रेखाएँ DCBAE का अन्त क्षेत्र क्रमशः 1″ (58.3%), 1″ (43.6%), 1″ (46.1%), 1″ (68.1%) तथा 13 (77.9%) है और उराँव में क्रमशः 1″ (58.3%), 1″ (40%), 1″ (36.9%), 1″ (70.6%) एवं 13 (77.4%) है। बिरहोर में मुख्य रेखाएँ D एवं C का अन्त क्षेत्र 1′ है जबकि अन्य दोनों जनजातियों में अन्त क्षेत्र 1″ है। बिरहोर में मुख्य रेखाएँ A एवं E का अन्त क्षेत्र क्रमशः 1″ (90%) और 13 (99.5%) है जो अन्य दोनों जनजातियों की तुलना में सर्वाधिक है।

सारणी 2 में हेलुकल (थिनर/1), इंटरडिजिटल II, III एवं IV क्षेत्रों में पायी गयी रेखाओं की आकृति के प्रकारों को दर्शाया गया है। हेलुकल क्षेत्र में लूप डिस्टर की आकृति 95.5% पायी गयी है

सारणी 1

मुख्य रेखाओं DCBAE का अन्त क्षेत्र ($n=100$)

अन्त क्षेत्र	मुख्य रेखा D			मुख्य रेखा C			मुख्य रेखा B			मुख्य रेखा A			मुख्य रेखा E		
	R	L	T	R	L	T	R	L	T	R	L	T	R	L	T
O	4	—	4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1′	78	66	144	45	45	90	10	18	28	8	9	15	—	—	—
1″	12	18	30	15	25	40	48	51	99	90	90	180	—	1	1
4	5	—	5	3	—	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	—	—	—	—	—	—	—	4	4	3	2	5	—	—	—
7	6	6	12	3	3	6	15	19	34	—	—	—	—	—	—
9	—	5	5	21	31	52	22	10	32	—	—	—	—	—	—
11	—	—	—	6	3	9	3	—	3	—	—	—	—	—	—
13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	100	99	199

सारणी 2

हेलुकल तथा इंटरडिजिटल II, III, एवं IV में त्वचीय आकृति

आकृति	हेलुकल			इंटरडिजिटल II			इंटरडिजिटल III			इंटरडिजिटल IV		
	R	L	T	R	L	T	R	L	T	R	L	T
O	—	—	—	100	100	200	42	56	98	100	100	200
A	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
W	3	3	6	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Ld	99	93	191	—	—	—	50	52	102	—	—	—
Lt	—	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Lf	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

जहाँ

O=ओपेन फील्ड, A=आर्च, W=होर्ल, Ld=लूप डिस्टल, Lt=लूप टिबीयल, Lf=लूप फिबुलर

तथा दोनों ही पैरों में लगभग समान पायी गयी है और होर्ल आकृति दोनों ही पैरों में 3-3 की संख्या में है। लूप टिबियल की सिर्फ 3 संख्या बाँये पैर में पायी गयी है। सामान्य लोगों में यह लक्षण 48.5% पाया गया है (सरन[41])। मुण्डा में भी लूप डिस्टल दोनों ही पैरों में समान (74.3%) है लेकिन उराँव में दोनों पैरों में थोड़ा अन्तर है (दाँया 70.7% तथा बाँया 75.4%)।

इंटरडिजिटल क्षेत्र II एवं IV में प्रोक्सिमल ट्राइरेडिया नहीं पाये गये हैं जबकि इंटरडिजिटल क्षेत्र III में लूप डिस्टल एवं ओपेन फिल्ड की संख्या लगभग बराबर पायी गयी है। मुण्डा एवं उराँव के के इंटरडिजिटल क्षेत्र II एवं IV में ओपेन फील्ड की अधिकता है लेकिन लूप डिस्टल के अलावा अन्य आकृतियाँ भी पायी गयी हैं।

सारणी 3

प्रोक्सिमल ट्राइरेडिया (p) की स्थिति

प्रोक्सिमल ट्राइरेडिया (p) उपस्थित			अनुपस्थित		
R	L	T	R	L	T
22	29	51	78	71	149

सारणी 3 का विश्लेषण करने पर यह प्राप्त होता है कि अधिकांश लोगों में (74.5) प्रोक्सिमल ट्राइरेडिया अनुपस्थित है। मुण्डा एवं उराँव में क्रमशः 64.7 प्रतिशत एवं 59.9 प्रतिशत पैरों में प्रोक्सिमल ट्राइरेडिया उपस्थित है। अनुपस्थित ट्राइरेडिया बिरहोर तथा उराँव में दाँये पैर में अधिक है जबकि मुण्डा में बाँये पैर पर अधिक है।

सारणी 4

डिस्टल हाइपोथिनर तथा अन्य क्षेत्रों में लूप टिबियल (Lt) की स्थिति

डिस्टल हाइपोथिनर			प्रोक्सिमल हाइपोथिनर			केलकर			प्रोक्सिमल थिनर		
R	L	T	R	L	T	R	L	T	R	L	T
12	16	28	—	—	—	—	—	—	—	—	—

सारणी 4 से यह स्पष्ट पता चलता है कि लूप टिबियल सिर्फ डिस्टल हाइपोथिनर क्षेत्र में (14%) ही पाया गया है एवं अन्य क्षेत्रों में नहीं है। यह लक्षण भी मुण्डा एवं उराँव के समान ही है, सिर्फ उराँव में एक-दो मामलों में लूप टिबियल पाया गया है।

सारणी 5

बिरहोर एवं मुण्डा और बिरहोर एवं उराँव के बीच χ^2 (काई वर्ग) का मान

मुख्य रेखा	अन्त क्षेत्र	बिरहोर एवं मुण्डा के बीच	बिरहोर एवं उराँव के बीच
D	1′	0.13	5.0*
	1″	1.0	2.04
C	1′	0.41	6.65*
	1″	3.4	3.5
	9	0.13	2.66
B	1′	1.1	5.6*
	1″	0.44	0.55
	7	2.27	0.94
	9	3.58	4.19*
A	1″	0.32	1.1
E	13	3.81	0

*महत्वपूर्ण अन्तर दर्शाता है (0.05 पर) $df=1$

सारणी 5 का विश्लेषण करने पर यह पता चलता है कि मुख्य रेखा DCB का अन्त क्षेत्र 1 बिरहोर तथा मुण्डा के बीच किसी भी प्रकार का महत्वपूर्ण अन्तर नहीं पाया गया है जबकि बिरहोर एवं उराँव के बीच महत्वपूर्ण अन्तर पाया गया है। मुख्य रेखा B का अन्त क्षेत्र 9 में भी बिरहोर एवं उराँव के बीच महत्वपूर्ण अन्तर प्राप्त हुआ है। इस प्रकार देखते हैं कि 11 क्षेत्रों में से बिरहोर एवं उराँव के बीच 4 क्षेत्रों में महत्वपूर्ण अन्तर मिला है जबकि बिरहोर एवं मुण्डा के बीच किसी भी क्षेत्र में महत्वपूर्ण अन्तर नहीं मिला है।

[illegible]

हेलुकल तथा इंटरडिजिटल II, III एवं IV में त्वचीय आकृति का तुलनात्मक आँकड़े (%)

आकृति	हेलुकल	II	III	IV	स्रोत
सामान्य लोग					
O	12.2%	—	—	—	सरन (11)
W	30.8%				
Ld	48.5%				
Lt	7.3%				

दिल्ली और पंजाब के लोग					
O	8.22	69.78	41.32	84.89	दत्ता (12)
W	24.96	2.55	11.16	0.15	
Ld+Ld	66.82	27.67	47.52	14.96	
मुण्डा (बिहार)					
O	4.8	77.0	67.7	84.1	दास शर्मा (7)
W	5.9	1.6	5.1	1.2	
Ld	73.0	10.3	54.4	14.3	
Lt	6.3	8.7	2.4	0.4	
उराँव (बिहार)					
O	0.0	89.8	40.7	81.1	तथैव
W	11.3	0.9	1.5	—	
Ld	74.3	3.9	55.4	18.1	
Lt	6.4	5.4	2.4	0.9	
बिरहोर (बिहार)					
O	—	100.0	49.0	100.0	वर्तमान अध्ययन
W	3.0	—	—	—	
Ld	95.5	—	51.0	—	
Lt	—	—	—	—	

निर्देश

1. वर्मा, बी० वी०, **मैन इन इंडिया** 1952, **32**, 134-143.
2. मुखर्जी, डी० पी० तथा चक्रवर्ती, एम० आर०, **मारफो एन्थ्रो** 1964, **55**, 32-45.
3. चक्रवर्ती, एम० आर०, **बुले० वि० ट्रा० रि० ई०**, 1965, 143-167.
4. दासशर्मा, पी०, ई० एन० **सोसा निपोन**, 1973, 81, 260-267.
5. दासशर्मा, पी० तथा साहु, बी०, 1974, 11, 121-126.
6. शुक्ला, बी० आर० के० तथा त्यागी डी० ई०, **ज० फि० एन० ह्० जे०** 1975, 1, 59-65.
7. दासशर्मा, पी०, **मैन इन इंडिया** 1979, 57, 4.
8. कमिस एच० तथा मिडले, सी०, न्यूयार्क 1961.
9. वुल्फ, बी०, अन्न हुमेन जेनें 1957, **21**, 397-409.
10. फिशर, आर० तथा येट्स, एफ०, एग० मेडि० रि० न्यूयार्क, 1953.
11. सरन, आर० के०, साइन्स रिपोर्टर, 1977, **14**(4), 213-217.
12. दत्ता, पी० के०, सम आसपेक्ट ऑफ अप्ल० पी० एन० 1963, 134-139.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 3, 1991

आइपोमिय कार्निया जैक्विनां के काष्ठ का रासायनिक विश्लेषण एवं लुगदी तथा कागज निर्माण में उपयोग का अध्ययन

आर० एन० शुक्ला, एस० पी० शर्मा तथा आर० एम० श्रीवास्तव

प्रयुक्त रसायन विभाग
सम्राट अशोक टेक्नालॉजिकल इंस्टीट्यूट, विदिशा (म० प्र०)

[प्राप्त—मार्च 15, 1991]

सारांश

आइपोमिया कार्निया जैक्विन (बेशरम) के अनुपयोगी काष्ठ के रासायनिक अध्ययन के लिए काष्ठ का रासायनिक विश्लेषण किया गया एवं प्राप्त परिणाम के आधार पर काष्ठ को लुगदी एवं कागज निर्माण के लिए उचित पाया गया। काष्ठ से अविरंजक लुगदी 42-44 प्रतिशत तक प्राप्त की गई, जिसके लिए 160° ताप, 2.2 किग्रा०/घंटे दाब, 90 मिनट का समय एवं 17 प्रतिशत क्रियाशील क्षार की आवश्यकता पड़ी। अविरंजक लुगदी का सी० ई० एच० श्रेणी के द्वारा 84-85 प्रतिशत (आई० एस० ओ०) तक विरंजन किया गया, जो कि आर्थिक रूप से उचित पाया गया। विरंजक लुगदी से कम पोस्ट कलर एवं रंगविहीन कागज का निर्माण आसानी से किया गया। इस लुगदी को अन्य काष्ठ की लुगदी में मिलाकर उसकी विरंजक क्षमता, पोस्ट कलर नम्बर और सरंध्रता जैसे विशिष्ट गुणों में विकास किया जा सकता है, तथा इस झाड़ी को बिना किसी कठिनाई के अनुपजाऊ एवं वंध्या भूमियों पर उगाया जा सकता है।

Abstract

Studies on chemical analysis and paper making of Ipomia Carnea Jacq. *By* R. N. Shukala, S. P. Sharma, R. M. Shrivastava, Samrat Ashok Technological Institute, Vidisha (M. P.).

Results of analysis of Ipomea Carnea Jacq. (Beshram) show it to be useful for pulp and paper production. Unbleached pulp yield is 44-45% which is obtained by

kraft pulping, which bleached to about 84-85% ISO. Bleached pulp shows low Posts Colour number and produces non-porous paper. Pulp can be blanded with other wood pulp to improve brightness, post colour number and porosity. It can be grown without much efforts on waste land.

वन सम्पदा एवं कृषि के निष्पन्न पदार्थ की कमी से कच्चे माल की समुचित मात्रा में पूर्ति न होने के कारण कागज-उद्योग गहन संकट के दौर से गुजर रहा है। अतः हमारे लिए यह नितांत आवश्यक है कि हम इसके स्थान पर अन्य नये तंतुमय कच्चे माल की खोज करें, जो सहज ही उपलब्ध हो एवं उससे बनने वाले कागज की गुणवत्ता में कमी न आये।

इस संदर्भ में बेशरम (आइपोमिया कार्निया जैक्विन) जो कनवेल्व्यूलेसी कुल का सदस्य है, महत्व-पूर्ण झाड़ी है। इसका मूल स्थान दक्षिण अमेरिका है एवं आमतौर पर उष्ण कटिबन्धी, कटिबन्धीय एवं उष्मीय तीनों परिस्थिति में उगने के कारण भारतवर्ष के लगभग सभी हिस्सों में पायी जाने वाली झाड़ी है। यह भारत में एक सजावटी पादप के रूप में प्रविष्ट की गई थी। इसकी पत्तियाँ अण्डाभ, हृदयाकार, अछिन्नकोर, लम्बाग्र, फूल बड़े, घंटाकार, पीत गुलाबी चटक मृदु नील लोहित अथवा हल्के जामुनी ढीले द्विभुजी कक्षीय और अन्तस्थ पुष्पगुच्छीय ससीमाक्षों पर सम्पुटिकाएँ 1.25 सेमी० लम्बी, चिकनी और बीज रेशमी होते हैं। आइपोमिया कार्निया की पत्तियों का उपयोग दक्षिण में हरी खाद के रूप में होता है, तथा छँटाई के बाद यह अच्छा पनप आता है। वर्षासिंचित परिस्थितियों में लगभग 1.6 किमी० लम्बी किनारे की फसल में 6 कटाइयों से एक वर्ष में 340000 किग्रा० हरा पदार्थ प्राप्त हुआ। सिंचाई की परिस्थितियों में उपलब्धि इससे लगभग दुगुनी हुई[1]। यह पौधा पशुओं एवं जन्तुओं के लिए विषैला है। इसकी पत्तियों में एक पॉलीसैकेराइड आइपोमस, एक एन्थ्रीसीन ग्लुकोसाइड, एक गोंद जेलीपिन और सैपोनिन होता है। इसमें दो विषैले पदार्थ उपस्थित रहते हैं, जो शिरा के रक्त को विच्छेदन कर देते हैं एवं केन्द्रीय तन्त्रिका प्रणाली को जिसमें श्वसन और हृदय नियन्त्रक केन्द्र सम्मिलित है हानि पहुँचाता है। इसके जलने पर इसका धुआँ हल्के विष विरेचक की भाँति कार्य करता है। [2 अ, ब]

आइपोमिया कार्निया अब तक नितांत अनुपयोगी झाड़ी रही है, क्योंकि शीघ्र दिशाहीन वृद्धि के कारण बाड़ के रूप में तथा इसके काष्ठ का ईंधन के रूप में उपयोग भी लाभदायक सिद्ध नहीं हो सका। इससे निकलने वाले धुएँ से वायु प्रदूषण द्वारा पर्यावरण प्रदूषित होता है। अतः इसका उपयोग लुगदी एवं कागज जैसे बहुमूल्य पदार्थ के बनाने में किया गया। इससे इसमें उपस्थित विष भी उदासीन हो जाता है, जो कि पर्यावरण को दूषित नहीं करता।

प्रयोगात्मक

आइपोमिया कार्निया के काष्ठ को मध्य प्रदेश के विदिशा, झाबुआ, उड़ीसा के कोरापुट, गंजाम उत्तर प्रदेश के ललितपुर, नैनीताल एवं पंजाब के होशियारपुर, रोपड़ जिलों से एकत्र किया गया। उसके सूखे काष्ठ के छोटे-छोटे टुकड़े करके उसका बुरादा बनाया गया। इस बुरादे का भारतीय मानक 40 तथा 60 नम्बर की छन्नी से छानकर प्रादर्श बनाया। इसी प्रादर्श का उपयोग रासायनिक विश्लेषण के लिए

किया गया । विश्लेषण अन्तर्राष्ट्रीय लुगदी एवं कागज तकनीकी संगठन के मानक[3], कैनेडियन अन्तर्राष्ट्रीय मानक[4] एवं भारतीय मानक[5] की विधियों द्वारा किया गया । विश्लेषण से प्राप्त परिणाम सारणी 1 में दर्शाये गये हैं। होलोसेल्यूलोस, जो पूर्ण कार्बोहाइड्रेट का भाग है, के ही आधार पर लुगदी निर्माण किया गया।

लुगदी का निर्माण

काष्ठ के टुकड़ों का उचित आकार के अनुसार बर्गीकरण करके 17 प्रतिशत क्रियाशील क्षार (Na_2O) के साथ 165° C ताप, 2.2 किग्रा० प्रति घण्टे दाब पर 90 मिनट तक डाइजेस्टर में पकाया गया। पकाने के बाद अविरंजक लुगदी की मात्रा 42-44 प्रतिशत प्राप्त की गयी है। इसकी प्राप्ति सारणी 2 के अनुसार परिस्थिति का निरीक्षण करके की गयी। इस अविरंजक लुगदी से प्राप्त तन्तु के गुणों का अध्ययन किया गया जिसके परिणाम सारणी 3 में दर्शाये गये हैं।

अविरंजक लुगदी का विरंजन विरंजक पदार्थ द्वारा निम्नलिखित चरणों में किया गया :

(अ) **क्लोरीनीकरण** : इस प्रक्रिया में अविरंजक लुगदी के 6.2 प्रतिशत क्लोरीन युक्त जल के साथ 30 मिनट तक साधारण ताप पर क्रिया की गयी। क्रिया के फलस्वरूप लुगदी में उपस्थित लिग्निन क्लोरोलिग्निन में परिवर्तित हो गया, जो कि क्षार के साथ विलयशील होकर निकल जाता है ।

(ब) **क्षारीयकरण** : क्लोरीनेट लुगदी को 1.1 प्रतिशत कास्टिक सोडे के साथ 40-45 °C तक क्रिया करके क्लोरोलिग्निन सोडियोलिग्नेट में परिवर्तित होकर जल में विलेय हो गया। अब लुगदी में केवल कुछ रंगीन अवशेष शेष रह जाते हैं। इनको अगले पद में विरंजन कर लिया जाता है।

(स) **हाइपोक्लोराइटीकरण** : क्षारीय लुगदी की 0.4 से 1.8 प्रतिशत कैल्सियम हाइपोक्लोराइट के साथ 40°C पर 2 से 3 घंटे तक क्रिया की गई। इससे बचे हुए रंगीन पदार्थ का पूर्ण रूप से विरंजन होने पर 82-84 प्रतिशत तक चमक वाली लुगदी प्राप्त हुई। इसकी परिस्थिति सारणी 4ब के अनुसार निरीक्षण करके प्राप्त की गयी, जिससे 35 प्रतिशत से 38 प्रतिशत तक लुगदी मिली। लुगदी के गुणों के परिणाम सारणी 4अ तथा ब में दिये गये हैं।

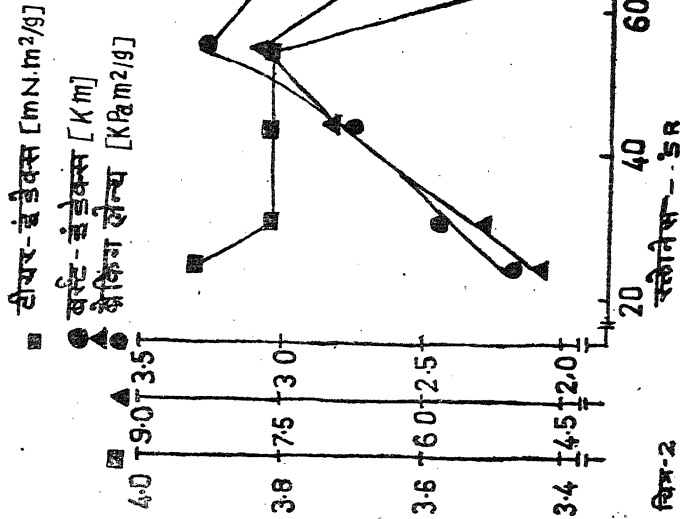
कागज का निर्माण

अविरंजक एवं विरंजक लुगदी के द्वारा पृथक-पृथक कागज का निर्माण प्रयोगशाला विधि से किया गया। इसी के साथ शारिया रोब्यूस्टा की लुगदी को आइपोमिया की लुगदी में मिलाकर पृथक कागज निर्माण किया गया[6] जिसमें 40° SR तक तन्तु पृथक करने के बाद ब्रिटिश हैन्डशीट मेकर के द्वारा 60 ग्राम वर्ग सेमी० की शीट बनाई गई। इस शीट को वायु दाब यन्त्र द्वारा दबाकर कमरे के ताप में सुखाया गया। सूखी शीट को कंडीशनिंग करके आई० एस० आई०[7] टी० ए० पी० आई०[3] विधि के अनुसार परीक्षण किया गया जिसके परिणाम सारणी 5 एवं चित्र 1 तथा 2 में दिये गये हैं।

परिणाम तथा विवेचना

परिसीमित रासायनिक विश्लेषण के परिणामों (सारणी 1) के आधार पर पाया गया कि आइपोमिया कार्निया में लिग्निन की मात्रा अन्य काष्ठ जैसे यूकेलिप्टस[10] से कम है। साथ ही होलोसेल्यूलोस एवं अकार्बनिक पदार्थ की मात्रा अन्य काष्ठ जैसे बाँस[8] से अधिक है। अतः इसका काष्ठ लुगदी बनाने में अधिक हितकारी है। लुगदी का विश्लेषण करने पर ज्ञात हुआ कि शोरिया रोब्यूस्टा[9] द्वारा प्राप्त लुगदी तथा आइपोमिया कार्निया की लुगदी के गुणधर्म लगभग समान हैं। विशेष रूप से तन्तु का वर्गीकरण एवं तन्तु की आंतरिक रचना का अध्ययन सारणी 3 के आधार पर अन्य तन्तुओं से करने पर पाया गया कि आइपोमिया कार्निया के तन्तु की दीवाल में अंश भी कम होते हैं। सामान्यतः वे तन्तु जो पतली भित्ति वाले होते हैं, उत्कृष्ट कोटि का कागज निर्माण करने में सहायक होते हैं। आइपोमिया कार्निया के तन्तु में पतली भित्ति के अन्दर खोखला वाला भाग फीते का आकार ग्रहण कर लेता है, फलस्वरूप लुगदी बनाते समय लिग्निन का पृथक्करण शीघ्रतापूर्वक होता है। चूंकि सतह चौड़ी होती है, अतः आंतरिक तन्तु बन्ध सुगमतापूर्वक हो जाता है, जो कि कागज निर्माण के समय कागज को यांत्रिक मजबूती तो प्रदान करता ही है, साथ ही उच्च गुणवत्ता भी बनाये रखता है।

सारणी 2 के आधार पर 17 प्रतिशत क्रियाशील क्षार द्वारा अविरंजक लुगदी की मात्रा 42-44 प्रतिशत के साथ 25±1 कापा नम्बर एवं 8 cps श्यानता वाली लुगदी प्राप्त की गयी, जो कि अन्य काष्ठ से उच्च कोटि की है। साथ ही अविरंजक कागज के निर्माण के लिए उपयुक्त है। सारणी 4अ एवं ब अविरंजक लुगदी का विरंजन 6 प्रतिशत क्लोरीन एवं 1.5 प्रतिशत कास्टिक से करने पर 83-85 प्रतिशत ISO चमक वाली लुगदी के साथ पोस्ट कलर नम्बर- श्रंकेज व 5 cps श्यानता प्राप्त होना अति उत्तम सिद्ध हुआ, जिससे इसका उपयोग रेयान बनाने वाली लुगदी के रूप में भी किया जा सकता है। चित्र 1 एवं 2 में बताये गये (विरंजक लुगदी 85 प्रतिशत ISO चमक वाली) द्वारा कागज के शक्ति गुण के आधार पर पाया गया कि ब्रेकिंग लैन्थ तथा बर्स्ट इंडेक्स की वृद्धि 37-41 प्रतिशत तक एवं टीयर इंडैक्स की कमी 13 प्रतिशत तक 24° SR से 55° SR वाले लुगदी से हुई। चित्र क्रमांक 2 के द्वारा देखा जा सकता है कि अविरंजक एवं विरंजक लुगदी के गुण 30-35° SR तक समान होते हैं एवं इसके बाद गुणों का बढ़ना एवं घटना शुरू होता है। सारणी 5 के आधार पर कह सकते हैं कि आइपोमिया कार्निया की लुगदी को शोरिया रोब्यूस्टा एवं बांस की लुगदी में मिलाने पर लुगदी की चमक, पोस्ट कलर नम्बर, एवं रंध्रता जैसे गुणों को उन्नत करता है।

उपर्युक्त विवरण एवं परिणाम के आधार पर हम कह सकते हैं कि आइपोमिया कार्निया का उपयोग करते हुए औद्योगिक स्तर पर कागज का निर्माण किया जाना सम्भव है। आइपोमिया कार्निया से बनाया गया कागज अन्य कच्चे तन्तुमय माल द्वारा बनाये गये कागज के समकक्ष होते हुए कई गुणों में उत्तम है जबकि लागत में पर्याप्त अन्तर दृष्टिगोचर होता है। आइपोमिया कार्निया की लागत अन्य काष्ठ से बहुत कम पड़ती है। इस प्रकार इसका उपयोग रचनात्मक कार्य में होना तथा प्रायः अनुपयुक्त समझी जाने वाली झाड़ी से एक महत्वपूर्ण उत्पाद बनाया जाना काफी हद तक कागज उद्योग पर होने वाले व्यय पर नियन्त्रण करने में सहायक सिद्ध होगा। इसकी वृद्धि क्षमता में अधिक होने के कारण

चित्र 1 : अविरंजक लुगदी द्वारा निर्मित कागज के शक्तिगुण परीक्षण

चित्र 2 : विरंजक लुगदी द्वारा निर्मित कागज के शक्तित गुण परीक्षण

इससे कागज निर्माण कागज उद्योग में गहराते हुए संकट को दूर करने में सहायक होगा। चूँकि आइपो-मिया कार्निया का उत्पादन बिना किसी विशेष प्रयास व खर्च के बहुतायत में किया जा सकता है, अतः इससे कागज की माँग एवं पूर्ति में सामंजस्य स्थापित किया जा सकेगा।

सारणी 1

आइपोमिया कार्निया जैविन्न का अन्य काष्ठों के साथ रासायनिक विश्लेषण का तुलनात्मक विवरण (%)

क्रम सं०	विवरण	आ० कार्निया 6 माह	आ० कार्निया 1 वर्ष	इन्डोकैलेमस[8] स्टीटस (बांस)	यूकोलिप्टस[10]	शोरिया रो० (साल)
1.	अकार्बनिक पदार्थ	4.50	5.80	2.40	0.42	0.28
2.	ठंडे पानी में विलेय पदार्थ	5.81	5.14	5.60	2.31	0.82
3.	गर्म पानी में विलेय पदार्थ	12.70	12.90	10·10	3.19	4.91
4.	ईथर में विलेय पदार्थ	3.04	3.14	3.10	1.10	2.01
5.	एल्कोहल बेंजीन में विलेय पदार्थ	6.84	7.24	3.72	2.71	4.16
6.	1% NaOH में विलेय पदार्थ	34.08	35.14	36.47	20.20	18.42
7.	पैन्टोजन पदार्थ	16.40	16.98	18.10	22.80	12.96
8.	लिग्निन पदार्थ	17.80	17.89	26.80	27.50	24.12
9.	होलोसेल्यूलोस	64.80	65.14	62.20	70.00	78.61
10.	हेमीसेल्यूलोस	22.04	22.89	22.00	32.80	30.16

परिणाम सूखी डस्ट पर प्रतिशत मात्रा पर आधारित है।

सारणी 2

लुगदी निर्माण की परिस्थिति का निरीक्षण एवं परिणाम

क्रम	विवरण		1	2*	3	4	5	6	7	8
1.	नमी	%	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.00	10.10	10.00
2.	ताप		155	160	165	170	155	160	165	170
3.	समय	घंटे	1.5	1.5	1.5	1.5	2.0	2.0	2.0	2.0
4.	रसायन	%	18	17	16	16	18	17	16	16
5.	अविरंजक लुगदी की मात्रा	%	48.08	43.60	44.40	42.48	42.40	42.48	43.84	42.48
6.	कापा नम्बर	नं०	24.00	23.80	25.40	24.80	23.46	23·84	24.61	23.48
7.	क्रियाशील क्षार ग्राम ली० ब्लैक लिकर में		4.21	4.04	3·14	3.04	4.14	4.21	3.86	3.94
8.	अवशेष	%	0.94	1.01	1.42	1.81	1.01	1.12	1.42	1.10
9.	श्यानता सी०ई०डी०	cps	6.9	6.4	6.1	6.4	6.8	6.1	6.2	6.1

* कुक नम्बर 2 लुगदी निर्माण के लिए उचित पाया गया।

सारणी 3 (अ)

आइपोमिया कार्निया के अविरंजक लुगदी के तन्तु का वर्गीकरण

क्रम सं०	छन्नी से प्राप्ति	प्रतिशत मात्रा
1.	+16 मेस	4.7
2.	−16+30 मेस	10.7
3.	−30+50 मेस	30.2
4.	−50+50 मेस	35.8
5.	−200 मेस	20.1

सारणी 3 (ब)

आइपोमिया कार्निया के तन्तु की आकृति एवं अन्य काष्ठ के तन्तु से तुलना

क्रम सं०	काष्ठ का नाम	तन्तु की लम्बाई (1) मिमी०	तन्तु की चौड़ाई (d) माइक्रोन	सैल की दीवाल की मोटाई t माइक्रोन	दीवाल के अंश [2±/W× 100]%
1.	आइपोमिया कार्निया	0.64	33.74	1.56	9
2.	इंडोकैलेमस स्टीटस (बांस)	1.75	15.5	5.00	65
3.	यूकोलिप्टस	0.97	12.88	4.18	66
4.	शोरिया रोब्यूस्टा (साल)	0.89	12.16	4.47	65
5.	पाईन	2.25	41.5	6.00	29

सारणी 4 (अ)

आइपोमिया कार्निया का विरंजनीकरण की परिस्थिति का निरीक्षण

क्रम सं०	विवरण		1	2	3	4	5
1.	क्लोरीन की मात्रा	%	4.00	5.50	5.75	6.00	6.25
2.	अक्रियाशील बची हुई क्लोरीन की मात्रा	%	0.58	1.39	2.28	2.66	4.12
3.	पी० एच०		2.4	2.3	2.2	2.1	2.0
4.	NaOH की मात्रा	%	1.0	1.3	1.5	1.6	1.7
5.	पी० एच०		9.5	9.8	9.9	10.0	10.1
6.	कापा नम्बर	नं०	7.41	7.12	6.8	6.5	6.2

सारणी 4 (ब)

हाइपोक्लोराइट विरंजनीकरण

क्रम सं०	क्लोरीन सूखी लुगदी पर %	अक्रियाशील बची क्लोरीन %	चमक %(ISO)	श्यानता [CED] cps	पी० सी० नम्बर	लुगदी पर कुल श्रंकेज %
1.	0.5	2.4	80.9	12.4	3.0	10.4
2.	1.0	5.2	81.8	12.0	4.8	10.8
3.	1.5	10.5	83.4	9.1	1.4	12.4
4.	2.0	16.8	83.9	8.8	5.5	14.8
5.	3.0	25.5	84.8	6.8	6.8	17.8

सारणी 5

आइपोमिया कार्निया एवं शोरिया रोब्यूस्टा की लुगदी के मिलाने पर शक्ति गुण

मिलान विवरण		चमक	पी० सी०	बर्स्ट इंडैक्स	ब्रेकिंग लैंथ	टियर इंडेक्स	
आ०का० %	शो० रो० %	% ISO	नम्बर	कि० पो०/ मी²/ग्राम	कि० मी०	मी० न्यूटन मी²/ग्राम	सरंध्रता मिली०/मी०
100	00	84.29	7.28	3.31	7.44	3.84	0
90	10	84.24	7.25	3.42	7.48	4.92	0
80	20	83.86	7.69	3.20	7.50	4.94	5
70	30	83.79	7.70	3.21	7·52	4.96	10
60	40	82.76	7.84	3.14	7.52	5.19	15
50	50	83.54	7.94	3.24	7.54	4.94	18
40	60	82.80	8.04	3.30	7.54	5.18	18
30	70	82.70	8.14	3.34	7.50	5.40	30
20	80	82.55	8.31	3.33	7.48	5.54	40
10	90	82.40	8.43	3.45	7.64	5.70	60
0	100	81.00	8.61	3.55	7.75	6.37	80

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकगण इस शोध प्रपत्र के कार्य के लिए लुगदी एवं कागज अनुसन्धान केन्द्र (पपरी) जे० के० पुर उड़ीसा व सैन्चुरी लुगदी एवं कागज लि० नैनीताल उत्तर प्रदेश के प्रबन्धक मंडल एवं प्रो० एच० एन० सिलाकारी, प्राचार्य एस० ए० टी० आई०, विदिशा के प्रति हार्दिक कृतज्ञता ज्ञापित करते हैं, जिनकी प्रेरणा तथा मार्गदर्शन से अध्ययन सम्भव हो पाया है।

निर्देश

1. पूर्निया एवं अन्य इंडियन-फिम-एन० एस० 1954-55 4(12) 14
2. (अ) कटयाल, इंडियन-फिम-एन० एस०-1955-56, 5, (12), 39
   (ब) कैमिकल एब्संट्रैक्ट-1948, 42, 7837

3. टेकनिकल एसोसियेशन ऑफ पल्प एण्ड पेपर इंडस्ट्री-न्यूयार्क ओफीसियल स्टेण्डर्ड्स, टी-207, टी-221, टी-204, टी-222, टी-223, टी-5, टी-212, टी-22, टी-23-1980.

4. कैनेडियन पल्प एण्ड पेपर एसोसियेशन स्टैण्डर्ड विधि 1984.

5. इंडियन स्टैण्डर्ड ISI 6213, III 1978.

6. शुक्ला आर० एन०, शर्मा, एस० पी०, पी० एस० एस० पेपर ट्रेड जे० 1290 4, 28.

7. इंडियन स्टैण्डर्ड, ISI 6213 VIII 1973.

8. सराफ, वी० पी०, श्रीवास्तव, आर० एम०, देव, यू० के०, बियानी, वी० पी० एवं अन्य IPPTA (4), 31, 1980.

9. शुक्ला, आर० एन०, श्रीवास्तव, आर० एम०, ओरियंटल जे० कैम० 5, 3, **989**, 258.

10. राव, एन० एस०, चन्द्रन, के० एम० एवं भार्गव, आर० एल० IPPTA (7), 8, 1970.

11. शुक्ला, आर० एन०, शर्मा, एस० पी०, श्रीवास्तव, आर० एम०, विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका, 1990, (4), 33-255.

12. रिडोमन्स, एस० ए०, पल्पिग प्रोसेस, प्रथम संस्करण, न्यूयार्क, 1967 पृष्ठ 1154.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 3, 1991

फूरियर प्रसार द्वारा सन्निकटन

वन्दना गुप्ता, अर्चना ब्योहर तथा वीरेन्द्र के० गुप्ता

स्कूल आफ स्टडीज इन मैथेमैटिक्स, विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जैन

[प्राप्त—अक्टूबर 10, 1990]

सारांश

किसी फलन की सन्निकटन कोटि को इसकी फूरियर श्रेणी के चेजारो माध्य द्वारा सिद्दीकी [3] के एक पूर्ववर्ती परिणाम को संशोधित किया गया है।

Abstract

Approximation by Fourier expansion. *By* Vandana Gupta, Archana Beohar and Virendra K. Gupta, School of Studies in Mathematics, Vikram University, Ujjain.

In the present paper we improve an earlier result of Siddiqi [3] on the degree of approximation to a function by Cesaro means of its Fourier series.

2π आवर्त वाले तथा $[-\pi, \pi]$ में समाकलनीय आवर्ती फलन $f(x)$ से सम्बद्ध फूरियर श्रेणी को (1.1) द्वारा परिभाषित किया जाता है

$$f(x) \sim \tfrac{1}{2}a_0 + \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \tag{1.1}$$

जहाँ a_n तथा b_n फूरियर गुणांक हैं।

अनन्त श्रेणी a_n (या अनुक्रम $\{S_n\}$) का चेजारो माध्य जो कि $\sigma^{\alpha}_n (n=0, 1, 2 \ldots$ के लिए) द्वारा अंकित किया जाता है तथा

$$\sigma_n^{\alpha} = \frac{S_n^{\alpha}}{E_n^{\alpha}}, \ \alpha > -1$$ द्वारा परिभाषित होता है

जहाँ E_n^{α} तथा S_n^{α} को

$$\sum_{n=0}^{\infty} S_n^{\alpha}\, x^n = (1-x)^{-\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} S_n$$

$$= (1-x) \sum_{n=0}^{\infty} a_n$$

एवं

$$E_n^{\alpha} = \binom{n+\alpha}{n} \frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{\Gamma(n+1)\,\Gamma(\alpha+1)}$$

द्वारा दिया जाता है यदि

$$\lim_{n\to\infty} \sigma_n{}^{\alpha} = S$$

जहाँ S सान्त संख्या है। तब हम कह सकते हैं कि श्रेणी (1.1) योगफल S में योगशील है। हम लिखेंगे

$$\phi(t) = f(x+t) + f(x-t) - 2f(x),$$

तथा

$$K_n^{\alpha}(t) = \frac{1}{E_n^{\alpha}} \sum_{v=0}^{n} E_{n-v}^{\alpha-1}\, D_v(t)$$

फ्लेट[1] ने एक फलन से सन्निकटन की कोटि से सम्बद्ध अनेक प्रमेयों को इसकी फूरियर श्रेणी के चेजारो माध्य द्वारा सिद्ध किया है।

हम आगे निम्नलिखित प्रमेय का उल्लेख करेंगे।

प्रमेय A : माना कि

$$0 < \alpha < 1,\ 0 < \delta \leqslant \pi$$

यदि x ऐसा विन्दु है कि

$$\int_0^t |d\phi(u)| < at^{\alpha}, \text{ जहाँ } 0 \leqslant t \leqslant \delta$$

तब

$$\sigma_n{}^{\alpha}(x) - f(x) = O(n^{-\alpha})$$

बाद में सिद्दीकी ने[3] उपर्युक्त प्रमेय को निम्नलिखित रूप में सार्वीकृत किया है :

प्रमेय B : माना कि $0 < K < 1$ तथा $0 < \delta \leqslant \pi$, यदि x ऐसा विन्दु है कि

$$\int_0^t |d\phi(u)| \leqslant A\psi(t), \text{ जहाँ } 0 \leqslant t \leqslant \delta \qquad (1.2)$$

तब

$$\sigma_n^k \quad (x)-fx)=O(\psi(1/n))+O(n^{-k})$$

जहाँ $\psi(x)$ ऐसा धनात्मक वर्धमान फलन है कि

$$\int_{1/n}^{\delta} \frac{\psi(t)}{t^2}\, dt=O(n\psi(1/n)), \quad n\to\infty \qquad (1.3)$$

प्रस्तुत प्रपत्र का उद्देश्य सिद्दीकी के प्रमेय[3] के प्रतिबन्धों को संशोधित करना है। हम इस परिणाम को सिद्दीकी की अपेक्षा अधिक दुर्बल प्रतिबन्ध में सिद्ध करेंगे। हमने देखा है कि

$$\int_0^t d\phi(u)=\Phi(t)$$

जिससे कि

$$\int_0^t d\phi(u)\leqslant \int_0^t |d\phi(u)|$$

$$\leqslant A\, \psi(t) \text{ (1.2) से}$$

इस प्रकार

$$|\Phi(t)|\leqslant A\{\psi(t)\}$$

अतएव

$$\Phi(t)=\int_0^t |\phi(u)|du$$

$$\leqslant A \int_0^t \psi(u)du$$

$$\leqslant A\,\{t\psi(t)\} \qquad (1.4)$$

इस तरह हमने सिद्ध किया कि (1.2) का अर्थ है (1.4)। प्रस्तुत प्रपत्र का उद्देश्य प्रमेय (B) को (1.2) के बजाय प्रतिबन्ध (1.4) के अन्तर्गत सिद्ध करना है।

निम्नलिखित को सिद्ध करने के लिए हम प्रतिबन्ध (1.2) को एक दुर्बल प्रतिबन्ध (1.4) से प्रतिस्थापित करते हैं—

प्रमेय : माना कि $0<\alpha<1$ तथा $0<\delta\leqslant\pi$। यदि x ऐसा विन्दु हो कि

$$\int_0^t |\phi(u)|du=O(t\psi(t))$$

तो

$$\sigma^{\alpha}_n\,(x)-f(x)=O(\psi(1/n))+O(n^{-\alpha})$$

जहाँ $\psi(t)$ धनात्मक वर्धमान फलन है। जिससे कि

$$\int_{1/n}^{\delta} \frac{\psi(t)}{t^2}\, dt = O(n(\psi(1/n)), \quad n \to \infty \tag{1.5}$$

हमारे प्रमेय की उपपत्ति निम्नलिखित प्रमेयिकाओं पर निर्भर करती है—

प्रमेयिका 1 : (हार्डी[2]) हमें ज्ञात है कि

$$K_n^{\alpha}(t) = \begin{cases} \leqslant A_n & 0 \leqslant t \leqslant \pi \\ = R(t) + S(t) & 1/n \leqslant t \leqslant n \end{cases}$$

जहाँ

$$R(t) = \frac{\sin\{(n+\alpha/2+\frac{1}{2})t - a\pi/2\}}{A^{\alpha}_n (2\sin t/2)^{\alpha+1}}$$

तथा $|S(t) \leqslant A(\alpha) n^{-1} t^{-2}$ एवं A अचर है।

प्रमेयिका 2 : (फ्लेट[1]) यदि $\phi(t) \epsilon L$, $0 < \alpha < 1$, $0 < \delta \leqslant \pi$ तो

$$\int_{\delta}^{\prime t} \phi(u)\, K_n^{\alpha}(u) du = O(n^{-\alpha})$$

$$= O\left(\frac{1}{\pi} \int_{1/n}^{\delta} |\phi(u)| n^{-1} u^{-2}\, du\right) \text{ प्रमेयिका 1 से}$$

$$= O\left(n^{-1} \int_{1/n}^{\delta} \frac{|\phi(u)|}{u^2}\, du\right)$$

खण्डश: समाकलन करने पर

$$J_2 = O\left(n^{-1}\left\{\left[\frac{1}{u^2}\, \Phi(u)\right]_{1/n}^{\delta} + \int_{1/n}^{\delta} \frac{2}{u^3} \Phi(u) du\right\}\right)$$

जहाँ

$$\Phi(u) = \int_0^t \phi(u) du$$

$$= O\left(n^{-1}\left[\left\{\frac{1}{u^2}\, u\, \psi(u)\right\}_{1/n}^{\delta} + \int_{1/n}^{\delta} \frac{2}{u^3}\, u\psi(u) du\right]\right) \text{ (1.4) से}$$

$$= O\left(n^{-1}\left[\{O(1) + O(n\psi(1/n))\} + \int_{1/n}^{\delta} \frac{\psi(u)}{u^2}\, du\right)\right]$$

$$= O(O(\psi(1/n)) + O(\psi(1/n))) \text{ (1.5) से}$$

$$= O(\psi(1/n)) \tag{2.2}$$

अब

$$J_1=\frac{1}{\pi}\int_{1/n}^{\delta}|\phi(u)|\,R(u)du$$

$$=O\left(\frac{1}{\pi}\int_{1/n}^{\delta}|\phi(u)|\,n^{-\alpha}\,u^{-\alpha-1}du\right)$$

$$=O\left(n^{-\alpha}\int_{1/n}^{\delta}\frac{|\phi(u)|}{u^{\alpha+1}}du\right)$$

$$=O\left(n^{-\alpha}\left[\left\{\frac{1}{u^{\alpha+1}}\Phi(u)\right\}_{1/n}^{\delta}+\int_{1/n}^{\delta}\frac{\alpha+1}{u^{\alpha+2}}\Phi(u)du\right]\right)$$

2. प्रमेय की उपपत्ति

हमें प्राप्त हैं—

$$\sigma_n^{\alpha}(x)-f(x)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\phi(u)\;K_n^{\alpha}(u)du$$

$$=\frac{1}{\pi}\left[\int_0^{1/n}+\int_{1/n}^{\delta}+\int_{\delta}^{\pi}\right]\phi(u)K_n^{\alpha}(u)du$$

$$=I_1+I_2+I_3\,,\qquad \text{माना}$$

सर्वप्रथम हम I_1 पर विचार करेंगे।

$$I_1=\frac{1}{\pi}\int_0^{1/n}|\phi(u)|K_n^{\alpha}(u)du$$

$$=O\left(n\int_0^{1/n}|\phi(u)|du,\ \text{प्रमेयिका 1 से}\right.$$

$$=O\left(n\frac{1}{n}\,\psi\left(\frac{1}{n}\right)\right),\ \text{संकल्पना से}$$

$$=O(\psi(1/n)) \tag{2.1}$$

इसके बाद हमें प्राप्त है—

$$I_2=\frac{1}{\pi}\int_{1/n}^{\delta}|\phi(u)|\;K_n^{\alpha}(u)du$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_{1/n}^{\delta}|\phi(u)|\,[R(u)+S(u)]du$$

$$=J_1+J_2\,,\ \text{माना}$$

अब

$$J_2=\frac{1}{\pi}\int_{1/n}^{\delta}|\phi(u)|\,S(u)du$$

$$=O\left(n^{-\alpha}\left[\{O(1)+n^{\alpha+1}O(1/n\psi(1/n)\}+\int_{1/n}^{\delta}\frac{\alpha+1}{u^{\alpha+2}}\,u\phi(u)du\right]\right)$$

$$=O\left((n^{-\alpha}\left[\{n^{\alpha}O(\psi(1/n)\}+\int_{1/n}^{\delta}\frac{\alpha+1}{u^{+1}}\,\psi(u)du\right]\right)$$

$$=O\,(O(\psi(1/n))+n^{-\alpha}(n^{\alpha}\,O(\psi(1/n)))$$

$$=O\,(\psi(1/n))\quad+O(\psi(1/n))$$

$$=O\,(\psi(1/n)) \tag{2.3}$$

(2.2) तथा (2.3) को मिलाने पर

$$I_2=O(\psi(1/n)) \tag{2.4}$$

अन्त में प्रमेयिका 2 से हमें प्राप्त होगा

$$I_3=\frac{1}{\pi}\int_{\delta}^{\pi}[\phi(u)|\,K_n^{\alpha}(u)du$$

$$=O(n^{-\alpha}) \tag{2.5}$$

(2.1), (2.4) तथा (2.5) परिणामों को मिलाने पर

$$\sigma_n^{\alpha}(x)-f(x)=O(\psi(1/n))+O(n^{-\alpha})$$

इस तरह प्रमेय की उपपत्ति पूरी हुई।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकत्रय डा० बी० के० ब्योहर तथा डा० ए० पाठक के आभारी हैं जिन्होंने अपने बहुमूल्य सुझाव दिये।

निर्देश

1. फ्लेट, टी० एम०, Quar. Jour. of Math. 1956, 87-95.
2. हार्डी, जी० एच०, Divergent Series, आक्सफोर्ड यूनिवर्सिटी प्रेस, लन्दन, 1956.
3. सिद्दीकी, ए० एच०, Ind. Jour. of Pure and Appl. Maths, 1971, 2, 367-373.

Vjnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 3, 1991

द्वि-दूरीक समष्टि में स्थिर बिन्दु प्रमेय

एस० खान तथा पी० एल० शर्मा
गणित विभाग, डा० हरी सिंह गौड़ विश्वविद्यालय, सागर (म० प्र०)

[प्राप्त—जनवरी 14, 1990]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र का उद्देश्य माया तथा इसेकी के प्रमेयों को सार्वीकृत करने वाले स्थिर बिन्दु प्रमेय को सिद्ध करना है।

Abstract

Fixed point theorem in bimetric space. *By* S. Khan and P. L. Sharma Department of Mathematics, Dr. H. S. Gaur University, Sagar (M. P.)

The purpose of the present paper is to prove a fixed point theorem which generalizes theorems due to Maia [1] and Iseki [2].

माया[1] में निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध की है :

प्रमेय 1 : मानाकि X एक दूरीक समष्टि है जिसके दो दूरीक d तथा ∂ ऐसे हैं कि

(i) $d(x, y) \leqslant \partial(x, y)$, समस्त x, y X में

(ii) X पूर्ण है, d के प्रति

(iii) $T : X \rightarrow X$ संतत प्रतिचित्रण है 'd' के प्रति जो तुष्टि करता है

$$\partial(Tx, Ty) \leqslant K\partial(x, y)$$

X में समस्त x, y जहाँ $0 \leqslant k < 1$, तो X में T का एक अद्वितीय स्थिर बिन्दु पाया जाता है।

बाद में इसेकी[4] ने मायां के परिणाम[1] का सार्वीकरण करते हुए **निम्नलिखित प्रमेय की स्थापना की।**

प्रमेय 2 : मानाकि X एक दूरीक समष्टि है जिसके दो दूरीक d तथा ∂ ऐसे हैं कि

(i) $d(x, y) \leqslant \partial(x, y)$, समस्त x, y के लिये X में।

(ii) X पूर्ण है d के प्रति .

(iii) दो प्रतिचित्रण $f, g : X \rightarrow X$ d के प्रति संतत हैं तथा

$$\partial(f(x), g(y)) \leqslant a_1\, \partial(x,y) + a_2\{\partial(x, f(x)) + \partial(y, g(y))\} + a_3\{\partial(x, g(y)) + \partial(y, f(x))\}$$

X में प्रत्येक x, y के लिये जहाँ a_1, a_2, a_3 अनृण हैं तथा

$$a_1 + 2a_2 + 2a_3 < 1.$$

तो f तथा g का एक अद्वितीय समान स्थिर बिन्दु होता है।

अब हम निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध करेंगे—

प्रमेय 3 : माना कि X एक दूरीक समष्टि है जिसमें दो दूरीक d तथा δ ऐसे हैं कि

(i) $d(x, y) \leqslant \partial(x, y)$ समस्त x, y के लिए X में

(ii) X पूर्ण है 'd' के प्रति,

(iii) दो प्रतिचित्रण $f, g : X \rightarrow X$ d के प्रति संतत प्रतिचित्रण हैं जिनसे तुष्टि होती है कि

$$\partial(f(x), g(y)) \leqslant a_1\, \partial(x, y) + a_2\{\partial(x, f(x)) + \partial(y, g(y))\} + a_3\{\partial(x, g(y)) + \partial(y, f(x))\} + a_4\left\{\frac{\partial(x, g(y))\, \partial(x, f(x))}{\partial(x, y)}\right\} + a_5\left\{\frac{\partial(x, g(y))\, \partial(y, g))}{\partial\, f(x), g(y))}\right\} \quad \text{(A)}$$

X में समस्त x, y के लिये जहाँ a_1, a_2, a_3, a_4 तथा a_5 अनृण हैं जिससे कि

$$a_1 + 2(a_2 + a_3 + a_4 + a_5) < 1.$$

तब X में f तथा g का अद्वितीय समान स्थिर विन्दु होता है।

उपपत्ति : माना x_0 X में यादृच्छिक है तथा X के अनुक्रम $\{x_n\}$ को निम्नवत् परिभाषित किया जाये ।

$$x_1=f(x_0),\ x_2=g(x_1)$$

अर्थात्

$$x_{2n+1}=f(x_{2n}),\ x_{2n+2}=g(x_{2n+1})$$

क्योंकि $n=1, 2, 3, \ldots\ldots$ तब प्रतिबन्ध (A) से

$$\partial(x_1, x_2)=\partial(f(x_0), g(x_1))$$

$$\leqslant a_1\,\partial(x_0, x_1)+a_2\{\partial(x_0, x_1)+\partial(x_1, x_2)\}+a_3\{\partial(x_0, x_2)+\partial(x_1, x_1)\}$$

$$+a_4\left\{\frac{\partial(x_0, x_2)\,\partial(x_0, x_1)}{\partial(x_0, x_1)}\right\}+a_5\left\{\frac{\partial(x_0, x_2)\,\partial(x_1, x_2)}{\partial(x_1, x_2)}\right\}$$

अत:

$$\partial(x_1, x_2)\leqslant\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5}{1-a_2-a_3-a_4-a_5}\,\partial(x_0, x_1)$$

$$=h(x_0, x_1)$$

जहाँ

$$\frac{a_1+a_2+a_3+a_4+a_5}{1-a_2-a_3-a_4-a_5}=h,\ h\in(0, 1)$$

सामान्यतया

$$\partial(x_n, x_{n+1})\leqslant h^n\,\partial(x_0, x_1)$$

यदि $m>n$,

$$\partial(x_n, x_m)\leqslant\frac{h^n}{1-h}\,\partial(x_0, x_1) \quad \text{क्योंकि } m>n$$

इसका अर्थ हुआ कि $\{x_n\}$ d के प्रति कौशी अनुक्रम है । चूंकि

$$d(x, y)\leqslant\partial(x, y)$$

X में समस्त x, y के लिये अत: $\{x_n\}$ d के प्रति कौशी अनुक्रम है । चूंकि X दूरीक d के प्रति प्रतिबन्ध (ii) के अन्तर्गत सम्पूर्ण है अत: $\{x_n\}$ की एक सीमा u है X में । अर्थात्

$$\lim_{n\to\infty}(x_{2n})=u.$$

दूरीक d के प्रति f के सांतत्य से हमें

$$f(u)=f\lim_{n\to\infty}(x_{2n})=\lim_{n\to\infty}f(x_{2n})=x_{2n+1}=u$$

प्राप्त है । इस तरह u एक स्थिर विन्दु है f का X में ।

इसी प्रकार g के सांतत्य से यह दिखलाया जा सकता कि $g(u)=u$ । अतः u एक समान स्थिर विन्दु है f तथा g का ।

मानाकि u तथा v दो स्पष्ट समान स्थिर विन्दु हैं f तथा g के ।
तो

$$\partial(u, v)=\partial(f(u), g(v)) \leqslant a_1 \partial(u, v)+a_2\{\partial(u, f(u))+\partial(v, g(v))\}$$

$$+a_3\{\partial(u, g(v))+\partial(v, f(u))\}+a_4 \left\{\frac{\partial(u, g(v))\, \partial(u, f(u))}{\partial(u, v)}\right\}$$

$$+a_5 \left\{\frac{\partial(u, g(v))\, \partial(v, g(v))}{\partial(f(u), g(v))}\right\}$$

अतः $\partial(u, v) \leqslant (a_1+2a_3)\, \partial(u, v)$ विरोधाभास है क्योंकि

$$a_1+2a_3 \leqslant a_1+2(a_2+a_3+a_4+a_5)<1.$$

अतः f तथा g का अद्वितीय समान स्थिर विन्दु होता है ।

टिप्पणी (1) $a_2=a_3=a_4=a_5=0$ एवं $f(x)=g(x)$ मानने पर हमें माया का प्रमेय प्राप्त होता है ।

(2) $a_5=a_4=0$, लेने पर हमें इसेकी का प्रमेय प्राप्त होता है ।

प्रमेय 4 : मानाकि X एक दूरीक समष्टि है दो दूरीकों d तथा ∂ से युक्त

$$T_i \ (i=1, 2, 3, 4. \ldots k.)$$

X के संतत प्रतिचित्रणों के सान्त परिवार का है । मान लो कि

(i) $d(x, y) \leqslant \partial(x, y)$ समस्त x, y के लिये X में

(ii) X पूर्ण है d के प्रति

(iii) $T_i T_j=T_j T_i \ (i, j=1, 2, 3, \ldots\ldots k)$

(iv) घनात्मक पूर्णांक की दो प्रणालियाँ हैं

$$(m_1, m_2, \ldots\ldots m_k) \text{ एवं } (n_1, n_2, \ldots\ldots n_k)$$

जिससे कि x, y के लिये X में । तो

$$\delta\left(T_1^{m_1}, T_1^{m_2}, \ldots T_k^{m_k}(x), T_1^{n_1}, T_2^{n_2} \ldots T_k^{n_k}(y)\right)$$

$$\leqslant a_1\, \partial(x, y)+a_2\Big\{ \partial\Big(x, T_1^{m_1} T_2^{m_2} \ldots T_k^{m_k}(x)+\partial\Big(y, T_1^{n_1} T_2^{n_2} \ldots T_k^{n_k}(y)\Big\}.$$

$$+a_3\Big\{ \partial\Big(x, T_1^{n_1} T_2^{n_2} \ldots T_k^{n_k}(y)\Big), \partial\Big(y, T_1^{m_1} T_2^{m_2} \ldots T_k^{m_k}(x)$$

$$+a_4\Big\{ \frac{\partial\Big(x, T_1^{n_1} T_2^{n_2} \ldots T_k^{n_k}(y)\Big), \partial\Big(x, T_1^{m_1} T_2^{m_2} \ldots T_k^{m_k}(a)\Big)}{\partial(x, y)}\Big\}$$

$$+a_5\left\{ \frac{\partial\Big(x, T_1^{n_1} T_2^{n_2} T_5^{n_3} \ldots T_k^{n_k}(y)\Big), \partial\Big(y, T_1^{n_1} T_2^{n_2} T_3^{n_3} \ldots T_k^{n_k}(y)\Big)}{\partial\Big(T_1^{m_1} T_2^{m_2} \ldots T_k^{m_k}(x), T_1^{n_1} T_2^{n_2} \ldots T_k^{n_k}(y)}\right\}$$

जहाँ a_1, a_2, a_3, a_4 तथा a_5 अनृण हैं जिससे कि

$$a_1+2(a_2+a_3+a_4+a_5)<1$$

तब T_1 $(i=1, 2, \ldots, k)$ का एक अद्वितीय समान स्थिर बिन्दु होता है ।

उपपत्ति : माना

$$f=T_1^{m_1} T_2^{m_2} \ldots T_k^{m_k}$$

$$g=T_1^{n_1} T_2^{n_2} \ldots T_k^{n_k}$$

तो f तथा g संतत हैं । अतः प्रमेय (A) से f तथा g का X में एक अद्वितीय समान स्थिर बिन्दु u होता है । अतः

$$f(u)=g(u)=u$$

तथा प्रत्येक i के लिए

$$T_i(f(u))=T_i(g)\,(u)=T_i(u)$$

$$f(T_i(u))=g(T_i(u))=T_i(u)$$

अतः $T_i(u)$ $(i=1, 2, 3, \ldots k)$ स्थिर बिन्दु है f तथा g का । हमें f तथा g की अद्वितीयता से $T_i(u)=u$ $(i=1, 2, 3, \ldots k)$ प्राप्त होता है । अतः प्रमेय की उपपत्ति पूरी हुई ।

निर्देश

1. माया, एम० जी०, Rend. Semi. Mat. Universita dipadova, 1968, **40**, 139-143.
2. इसेकी, के०, Rend. Semi. Mat. Universita dipadova, 1975, **53**, 13-14.
3. इस्त्रातेस्कु, वी० आई०, Introducere in teoria punetelor, fixe- Bucarest, 1973.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 3, 1991

बहुचर A-फलन के लिए सान्त श्रेणी

आर० के० सक्सेना तथा यशवन्त सिंह
गणित तथा सांख्यिकी विभाग, जोधपुर विश्वविद्यालय, जोधपुर

[प्राप्त—मई 16, 1990]

सारांश

लेखकों ने बहुचर A-फलन के लिए एक सान्त श्रेणी प्राप्त की है जो सक्सेना तथा माथुर के परिणाम को सार्वीकृत करती है। कुछ रोचक दशाएँ भी दी गई हैं।

Abstract

A finite series for the multivariate A-function. *By* R. K. Saxena and Yashwant Singh, Department of Mathematics and Statistics, University of Jodhpur, Jodhpur.

The authors derive a finite series for the multivariate A-function which generalizes the result due to Saxena and Mathur[6]. Some interesting cases are also given.

1. परिभाषा

गौतम तथा गोयल[2] का अनुसरण करते हुए हम बहुचर A-फलन को निम्नवत् परिभाषित करते हैं—

$$A[z_1, \ldots, z_r]$$

$$= A^{m, n; M}_{p, q; N} \left[\begin{matrix} z_1 \\ \vdots \\ z_r \end{matrix} \middle| \begin{matrix} \left(a_j; A'_j, \ldots, A^{(r)}_j\right)1, p; \left(\tau'_j, C'_j\right)1, p_1; \ldots; \left(\tau^{(r)}_j, C^{(r)}_j\right)1, p_r \\ \left(b_j; B'_j, \ldots, B^{(r)}_j\right)1, p; \left(d'_j, D'_j\right)1, q_1; \ldots; \left(d^{(r)}_j, D^{(r)}_j\right)1, q_r \end{matrix} \right]$$

$$= \frac{1}{(2\pi w)^r} \int_{L1} \cdots \int_{L1} \theta_1(s_1) \ldots \theta_r(s_r) \phi(s_1, \ldots, s_r) z_1^{s_1} \ldots z_r^{s_r} \, ds_1 \ldots ds_r \qquad (1.1)$$

जहाँ $w=\sqrt{-1}$ तथा निम्नलिखित परिभाषाएँ सत्य हैं

$$M=m_1, n_1; \ldots; m_r, n_r \qquad N=p_1, q_1; \ldots; p_r, q_r$$

$$\theta_i(s_i)=\frac{\prod_{j=1}^{m_i} \Gamma\left(d_j^{(i)}-D_j^{(i)} s_i\right) \prod_{j=1}^{n_i} \Gamma\left(1-\tau_j^{(i)}+C_j^{(i)} s_i\right)}{\prod_{j=m_i+1}^{q_i} \Gamma\left(1-d_j^{(i)}+D_j^{(i)} s_i\right) \prod_{j=n_i+1}^{p_i} \Gamma\left(\tau_j^{(i)}-C_j^{(i)} s_i\right)}, \forall i \in\{1, \ldots, r\} \tag{1.2}$$

$$\phi(s_1, \ldots, s_r)=\frac{\prod_{j=1}^{n} \Gamma\left(1-a_j+\sum_{i=1}^{r} A_j^{(i)} s_i\right) \prod_{j=1}^{m} \Gamma\left(b_j-\sum_{i=1}^{r} B_j^{(i)} s_i\right)}{\prod_{j=n+1}^{p} \Gamma\left(a_j-\sum_{i=1}^{r} A_j^{(i)} s_i\right) \prod_{j=m+1}^{q} \Gamma\left(1-b_j+\sum_{i=1}^{r} B_j^{(i)} s_i\right)} \tag{1.3}$$

यहाँ $m, n, p, q, m_j, n_j, p_j$ तथा q_j अनृण पूर्णांक हैं तथा समस्त $a_j', b_j', d_j^{(i)'}, \tau_j^{(i)'}, B_j^{(r)'}$ संमिश्र संख्याएँ हैं।

r-चरों वाले A-फलन को परिभाषित करने वाला बहुगुण समाकल पूर्णतया अभिसारी होता है यदि

$$\xi_i^*=O, \eta_i>O \text{ तथा } |\arg (\zeta_i)z_k|<\frac{\pi}{2}\eta_i$$

जहाँ

$$\zeta_i=\prod_{j=1}^{p}\left\{A_j^{(i)}\right\}^{A_j^{(i)}} \prod_{j=1}^{q}\left\{B_j^{(i)}\right\}^{-B_j^{(i)}} \prod_{j=1}^{q_i}\left\{D_j^{(i)}\right\}^{D_j^{(i)}} \prod_{j=1}^{p_i}\left\{C_j^{(i)}\right\}^{-C_j^{(i)}}, \quad i \in\{1, \ldots, r\};$$

$$\xi_i^*=I_m\left[\sum_{j=1}^{p} A_j^{(i)}-\sum_{j=1}^{q} B_j^{(i)}+\sum_{j=1}^{q_i} D_j^{(i)}-\sum_{j=1}^{p_i} C_j^{(i)}\right], \quad i \in\{1, \ldots, r\};$$

$$\eta_i=R\left[\sum_{j=1}^{n} A_j^{(i)}-\sum_{j=n+1}^{p} A_j^{(i)}+\sum_{j=1}^{m} B_j^{(i)}-\sum_{j=m+1}^{q} B_j^{(i)}+\sum_{j=1}^{m_i} D_j^{(i)}\right.$$
$$\left.-\sum_{j=m_i+1}^{q_i} D_j^{(i)}+\sum_{j=1}^{n_i} C_j^{(i)}-\sum_{j=n_i+1}^{p_i} C_j^{(i)}\right], \quad \in\{1, \ldots, r\}.$$

यदि हम सारे A_j', B_j', C_j', तथा D_j' को सत्य तथा धनात्मक मान लें तथा $m=0$ तो A-फलन श्रीवास्तव तथा पंडा[7] के बहुचर H-फलन में समानीत हो जाता है जो स्वयं सक्सेना[5] द्वारा प्रदत्त r-चरों वाले H-फलन का सार्वीकरण है।

यदि सारे A_j', B_j', C_j' तथा D_j' सत्य तथा धनात्मक हों तथा $m=n=p=q=0$, तो (1.1) r फाक्स के H-फलनों के गुणनफल में समानीत हो जाता है।

दूसरी ओर यदि सारे A_j', B_j', C_j' तथा D_j' सत्य तथा धनात्मक हों, $r=1$ तथा $m_1=p_1=q_1=n_1=0$ तो (1.1) फाक्स में H-फलन में समानीत हो जाता है।

A-फलन का विस्तृत विवरण गौतम तथा गोयल के मूल शोधपत्र[2] में देखा जा सकता है।

2. मुख्य परिणाम

जिस मुख्य सूत्र को सिद्ध करना है वह है—

$$\sum_{t=0}^{u-1} (c+2t)(-z_1)^{-t}\ldots(-z_r)^{-t}\; A^{m+1,\, n;\; M}_{p+1,\, q+1;\; N}\left[\begin{matrix} z_1 \\ \vdots \\ z_r \end{matrix}\middle| \begin{matrix} (a_1, [(1)]);\, P_1(t);\, (c+a_1-1+t;\, 1);\, (c+a_1+2t,\, 1);\, P_2(t) \\ Q_1(t);\, Q_2(t) \end{matrix}\right]$$

$$= A^{m,\, n;\, M}_{p,\, q;\; N}\left[\begin{matrix} z_1 \\ \vdots \\ z_r \end{matrix}\middle| \begin{matrix} (a_1, [(1)];\, P_1(0);\, P_2(0) \\ Q(0)\, ;\quad Q_2(0) \end{matrix}\right]$$

$$-(-z_1)^{-u}\ldots(-z_r)^{-u}\; A^{m+1,\, n;\; M}_{p+1,\, q+1;\; N}\left[\begin{matrix} z_1 \\ \vdots \\ z_r \end{matrix}\middle| \begin{matrix} (a_1, [(1)]);\, P_1(u);\, (c+a_1+u-1,\, 1);\, (c+a_1+2u-1;\, 1);\, P_2(u) \\ Q_1(u)\quad ;\quad Q_2(u) \end{matrix}\right] \tag{2.1}$$

जहाँ u एक धन पूर्णांक है और सामान्यतया प्राचलों के सेट को निम्न प्रकार से व्यक्त किया जाता है—

$$P_1(v)=\left(a_2+vA_2^{(i)}\; ;\; A_2'\; ;\; \ldots;\; A_2^{(r)}\right);\ldots;\left(a_p+vA_p^{(i)}\; ;\; A_p'\; ;\ldots;A_p^{(r)}\right):$$

$$Q_1(v)=\left(b_1+vB_1^{(i)}\; ;\; B_1'\; ;\ldots;B_1^{(r)}\right);\;\ldots;\left(b_q+vB_q^{(i)};B_q';\ldots;B_q^{(r)}\right);$$

$$P_2(v)=\left(\tau_j'+C_j'v;\, C_j'\right)_{1,p_1};\ldots;\left(\tau_j^{(r)}+C_j^{(r)}v;\, C_j^{(r)}\right)_{1,p_r};$$

$$Q_2(v)=\left(d_j'+D_j'v;\, D_j'\right)_{1,q_1};\ldots;\left(d_j^{(r)}+D_j^{(r)}v;\, D_j^{(r)}\right)_{1,q_r};$$

$[(1)]=1,\, 1\ldots,\, 1$(r बार)

(2.1) की उपपत्ति : जिस गौण सूत्र को सिद्ध करना है वह—

$$A_{p,q;\;N}^{m,n;\;M}\left[\begin{matrix} z_1 \\ \vdots \\ z_r \end{matrix}\middle| \begin{matrix} (a_1, [(1)]; P_1(0); P_2(0) \\ Q_1(0); \qquad Q_2(0) \end{matrix}\right]$$

$$=\sum_{t=0}^{r}(c+2t)(-z_1)^{-t}\ldots(-z)^{-t}\,A_{p+1,\,q+1;\;N}^{m+1,\;n;\;M}\left[\begin{matrix} z_1 \\ \vdots \\ z_r \end{matrix}\middle| \begin{matrix} (a_1,\;[(1)]); \\ (c+a_1-1+t,\;1) \end{matrix}\right.$$

$$\left.\begin{matrix} P_1(t);\,(c+a_1+2t,\;1);\,P_2(t) \\ Q_1(t) \qquad ;\,Q_2(t) \end{matrix}\right] \tag{2.2}$$

जहाँ $R(c)>0$ तथा साथ ही (2.1) की वैधता के प्रतिबन्ध भी। (2.2) की उपपत्ति में हम निम्नलिखित सूत्र का उपयोग करेंगे—

$${}_3F_2\left(\begin{matrix} 1-a_1+s,\;\frac{1}{2}c+1,\;1 \\ c+a_1-s,\;\frac{1}{2}c \end{matrix};\;-1\right)=\frac{\Gamma(c+a_1-s)\Gamma(c)}{\Gamma(c+a_1-s-1)\Gamma(c+1)} \tag{2.3}$$

जहाँ $R(c+2a_1-2-2s)>0$, (2.3) को व्हिपल सूत्र [1, p. 190) से व्युत्पन्न किया जा सकता है

$${}_4F_3\left(\begin{matrix} \alpha,\;\frac{1}{2}\alpha+1,\;\beta,\;\gamma \\ \frac{1}{2}\alpha,\;\alpha-\beta+1,\;\alpha-\gamma+1 \end{matrix};\;-1\right)=\frac{\Gamma(\alpha-\beta+1)\Gamma(\alpha-\gamma+1)}{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(\alpha-\beta-\gamma+1)} \tag{2.4}$$

जहाँ $R(\alpha-2\beta-2\gamma)>-2$, यदि हम $\alpha=c,\;\beta=1,\;\gamma=1-a_1+s$ रखें।

(2.2) को सिद्ध करने के लिए बहुचर A-फलन के स्थान पर दक्षिण पक्ष में (1.1) रखें; s_i के स्थान पर s_i+t रखें, संकलन तथा समाकलन के क्रम को बदल दें और यह ध्यान रखें कि

$$(c+2t)=\frac{c(\frac{1}{2}c+1)_t}{(\frac{1}{2}C)_t}\,.$$

तो यह व्यंजक निम्न में रूपान्तरित हो जाता है—

$$\frac{1}{(2\pi\omega)^r}\int_{L_1}\cdots\int_{L_r}\frac{\prod_{j=1}^{m_i}\Gamma\left(d_j^{(i)}-D_j^{(i)}s_i\right)\prod_{j=1}^{n_i}\Gamma\left(1-\tau_j^{(i)}+C_j^{(i)}s_i\right)}{\prod_{j=m_1+1}^{q_i}\Gamma\left(1-d_j^{(i)}+D_j^{(i)}s_i\right)\prod_{j=n_2+1}^{p_i}\Gamma\left(\tau_j^{(i)}-C_j^{(i)}s_i\right)}$$

$$\frac{C\Gamma\left(C+a_1-\sum_{i=1}^{r} s_i-1\right)\Gamma\left(1-a_1+\sum_{i=1}^{r} s_i\right)\prod_{j=2}^{n}\Gamma\left(1-a_j+\sum_{i=1}^{r} A_j^{(i)} s_i\right)\prod_{j=1}^{m}\Gamma\left(b_j-\sum_{i=1}^{r} B_j^{(i)} s_i\right)}{\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma\left(a_j-\sum_{i=1}^{r} A_j^{(i)} s_i\right)\prod_{j=m+1}^{q}\Gamma\left(1-b_j+\sum_{i=1}^{r} B_j^{(i)} s_i\right)\Gamma\left(c+a_1-\sum_{i=1}^{r} s_i\right)}$$

$$\cdot z_1^{s_1}\ldots z_r^{s_r}\ {}_3F_2\left[\begin{matrix}1-a_1+\sum_{i=1}^{r} s_i,\ \tfrac{1}{2}c+1,\ 1\\ c+a_1-\sum_{i=1}^{r} s_i,\ \tfrac{1}{2}c\end{matrix};-1\right] ds_1\ldots ds_r$$

यह परिणाम (2.3) से निकलता है।

(2.2) से यह निकलता है कि

$$A^{m+1,\ n:\ M}_{p+1,\ q+1;\ N}\left[\begin{matrix}z_1\\ \vdots\\ z_r\end{matrix}\middle|\begin{matrix}(a_1,[(1)]; P_1(u); (c+a_1+2u-1,1); P_2(u)\\ (c+a_1+u-1,1); Q_1(u); Q_2(u)\end{matrix}\right]$$

$$=\sum_{t=0}^{\infty}[c+2(t+u)](-z_1)^{-t}\ldots(-z_r)^{-t}A^{m+1,\ n;\ M}_{p+1,\ q+1;\ N}\left[\begin{matrix}z_1\\ \vdots\\ z_r\end{matrix}\middle|\begin{matrix}(a_1,[(1)]); P_1(u+t); (c+a_1+2(u+t);1); P_2(u+t)\\ (c+a_1+u+t-1,1);\quad Q_1(u+t);\quad Q_2(u+t)\end{matrix}\right]$$

जहाँ $R(c+2u)>0$.

यदि हम u को धन पूर्णांक मानें, दोनों पक्षों में $(-z_1)^{-u}\ldots(-z)^{-u}$ से गुणा करें और $(u+t)$ के स्थान पर t रखें तो हमें निम्नलिखित परिणाम प्राप्त होगा—

$$(-z_1)^{-u}\ldots(-z_r)^{-u}A^{m+1,\ n;\ M}_{p+1,\ q+1;\ N}\left[\begin{matrix}z_1\\ \vdots\\ z_r\end{matrix}\middle|\begin{matrix}(a_1,[(1)]); P_1(u); (c+a_1+2u-1,1); P_2(u)\\ (c+a_1+u-1,1); Q_1(u), \qquad Q_2(u)\end{matrix}\right]$$

$$=\sum_{t=u}^{\infty}(c+2t)(-z_1)^{-t}\ldots(-z_r)^{-t}A^{m+1,\ n;\ M}_{p+1,\ q+1;\ N}\left[\begin{matrix}z_1\\ \vdots\\ z_r\end{matrix}\middle|\begin{matrix}(a_1,[(1)]); P_1(t); (c+a_1+2t,1); P_2(t)\\ (c+a_1+t-1,1); Q_1(t); \qquad Q_2(t)\end{matrix}\right] \tag{2.5}$$

अत: (2.2) से घटाने पर हमें (2.1) प्राप्त होता है।

3. विशिष्ट दशाएँ

$r=1, m_1=n_1=p_1=q_1=0$ रखकर (2.1) से हम सक्सेना तथा माथुर[6] के परिणाम को प्राप्त कर सकते हैं—

$$\sum_{t=0}^{r-1} (c+2t)(-x)^t H_{p+1,\, q+1}^{m+1,\, n}\left[x \,\middle|\, \begin{matrix} (a_1, 1), (a_2+tA_2, A_2); \ldots; (a_p+tA_p, A_p), (c+a_1+2t, 2) \\ (c+a_1+t-1, 1); (b_1+tB_1, B_1)\ldots, (b_q+tB_q, B_q) \end{matrix}\right]$$

$$= H_{p,\, q}^{m,\, n}\left[x \,\middle|\, \begin{matrix} (a_1, 1), \ldots, (a_p, A_p) \\ (b_1, B_1), \ldots, (b_q, B_q) \end{matrix}\right]$$

$$-(-x)^{-r} H_{p+1,\, q+1}^{m+1,\, n}\left[x \,\middle|\, \begin{matrix} (a_1, 1), (a_2+rA_2, A_2), \ldots; (a_p+rA_p, A_p)(c+a_1+2r+1, 1) \\ (c+a_1+r-1, 1), (b_1+rB_1, B_1), \ldots, (b_q+rB_q, B_q) \end{matrix}\right] \tag{3.1}$$

जहाँ r एक धन पूर्णांक है जो स्वयं जैन के सूत्र[3] का सार्वीकरण है। H-फलन का विस्तृत विवरण मथाई तथा सक्सेना[4] में प्राप्त है। अन्त में, यदि हम सारे A_j', B_j', C_j', D_j' को सत्य तथा धनात्मक मान लें तथा $m=0$, तो बहुचर A-फलन श्रीवास्तव तथा पंडा[7] के बहुचर H-फलन में समानीत हो जाता है। फलत: हमें निम्न परिणाम प्राप्त होता है—

$$\sum_{t=0}^{u-1} (c+2t)(-z_1)^{-t}\ldots(-z_r)^{-t} A_{p+1,\, q+1;\, N}^{1,\quad n;\quad M}\left[\begin{matrix} z_1 \\ \vdots \\ z_r \end{matrix} \,\middle|\, \begin{matrix} (a_1, [(1)]); P_1(t); (c+a_1+2t; 1); P_2(t) \\ (c+a_1-1+t; 1); Q_1(t); Q_2(t) \end{matrix}\right]$$

$$= H_{p,\, q;\, N}^{O,\, n;\, M}\left[\begin{matrix} z_1 \\ \vdots \\ z_r \end{matrix} \,\middle|\, \begin{matrix} (a_1, [(1)]); P_1(0); P_2(0) \\ Q_1(0); \quad Q_2(0) \end{matrix}\right] -(-z_1)^{-u}\ldots(-z_r)^{-u}$$

$$A_{p+1,\, q+1;\, N}^{1,\quad n;\quad M}\left[\begin{matrix} z_1 \\ \vdots \\ z_r \end{matrix} \,\middle|\, \begin{matrix} (a_1, [(1)]); P_1(u); (c+a_1+2u-1, 1); P_2(u) \\ (c+a_1+u-1; 1); \quad Q_1(u); \quad Q_2(u) \end{matrix}\right] \tag{3.2}$$

निर्देश

1. एर्डेल्यी, ए० इत्यादि, Higher transcendental functions, Vol. I, McGraw-Hill, New York, 1953.
2. गौतम, जी० पी०, असगर अली, एस० तथा गोयल, ए० एन०, **विज्ञान परिषद अनुसंधान पत्रिका**, 1986, **29**, 67-81.
3. जैन, आर० एन०, Math. Japon, 1966, **11**, 129-131.
4. मथाई, ए० एम० तथा सक्सेना, आर० के०, The H-function with applications in Statistics and Other Disciplines, John Wiley and Sons, New York, 1978.
5. सक्सेना, आर० के०, Kyungpook Math, J., 1974, **14**, 255-259.
6. सक्सेना, आर० के० तथा माथुर, एस० एन०, Univ. Rev. Ser. A. 1971, **21**, 49-52.
7. श्रीवास्तव, एच० एम० तथा पण्डा, आर०, J. Reine Angew. Math. 1976, **288**, 129-145.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 3, 1991

वाराणसी के गंगा अवसाद में कार्बनिक पदार्थ एवं आविषालु धातुएँ

सच्चिदानन्द सिंह, अजय श्रीवास्तव तथा महाराज नारायण मेहरोत्रा
भौमिकी विभाग, बनारस हिन्दू विश्वविद्यालय, वाराणसी

[प्राप्त—मई 4, 1991]

सारांश

वाराणसी के गंगा अवसाद में भारी धातुओं के बितरण की विवेचना अवसाद में उपस्थित कार्बनिक पदार्थ की मात्रा के आधार पर की गई है। अध्ययन से ज्ञात हुआ है कि अवसाद में विद्यमान कार्बनिक पदार्थ एवं आविषालु धातुओं की मात्रा में स्पष्ट सम्बन्ध है। सामान्यतया जहाँ अवसाद में कार्बनिक पदार्थ की मात्रा अपेक्षाकृत अधिक है वहीं आविषालु धातुओं का संकेन्द्रण भी अधिक है, तथापि एक-दो स्थानों पर इसका अपवाद भी देखने को मिला है।

Abstract

Organic content and toxic metals in Varanasi Ganga sediments. *By* Sachidanand Singh, Ajai Srivastava and Maharaj Narain Mehrotra, Geology Department, Banaras Hindu University, Varanasi (U. P.).

The distributional behaviour of the heavy metals in the Varanasi Ganga sediments has been discussed in the light of influence of content of organic mater present in the sediments. It has been inferred that there is a clear relationship in between organic matter content and toxic metals in the sediments. Fairly rich concentration of toxic metals is noted in the sediments which contain comparatively high content of organic matter with a few exceptions.

अवसाद में विद्यमान कार्बनिक पदार्थ की मात्रा का कुछ भाग प्रकृति की देन है तथा कुछ मनुष्य के कार्यकलापों के फलस्वरूप प्राप्त होता है। एक ओर अपक्षय एवं जैविक प्रक्रियाओं तथा दूसरी ओर

मानवकृत कार्यों, यथा कृषि कार्य, औद्योगिक प्रक्रम, शहरी सीवेज के उत्प्रवाह, गन्दगी के निस्तारण एवं जंगल की आग आदि से भी जलीय अवसाद में कार्बनिक पदार्थ की मात्रा में अभिवृद्धि होती है।

कार्बनिक पदार्थ में कार्बनिक यौगिक एवं संश्लेषित कार्बनिक पदार्थ होते हैं। मृदा में यह ह्यूमिक अम्ल के रूप में विद्यमान रहता है। संश्लेषित कार्बनिक पदार्थ औद्योगिक एवं कृषि कार्यों में प्रयुक्त रासायनिक पदार्थों से उत्सर्जित होता है। पीला कार्बनिक अम्ल दलदली भूमि/जल में अधिकतर पाया जाता है।

सैक्सवी[1] ने अवसाद में धातुओं एवं कार्बनिक पदार्थ के यौगिकीकरण के लिए तीन मुख्य क्रियाओं को उत्तरदायी बतलाया है :

(1) धातु आयन एवं कार्बनिक संलग्नी (लिगैंड) में परस्पर क्रिया के फलस्वरूप निर्मित स्पीशीज प्रत्यक्षतः अवसादीय परत पर निक्षेपित या उसकी सतह पर आयोजित हो जाते हैं।

(2) जलीय जीवों के अवसान पर मुक्त धातुओं के आयन कार्बनिक-बहुल अवसाद द्वारा शोषित कर लिये जाते हैं।

(3) प्राकृतिक जल में (जिनमें कार्बनिक संलग्नी भी होते हैं) विद्यमान घुलनशील धातुयें अवसाद की सतह पर अवशोषित होती हैं।

कार्बनिक पदार्थ एवं धातुओं के आयनों के मध्य शोषण, संकरण, स्कंदन एवं ऊर्णन क्रियाएँ सम्भव हैं।

रशीद[2] ने यह निष्कर्ष निकाला है कि कुछ निश्चित धातुएँ, यथा—कोबाल्ट, कापर, मोलिब्डेनम, निकिल, लेड एवं जिंक कार्बनिक पदार्थों से ऊर्णन के समय ही या उसके बाद पर्याप्त मात्रा में जलीय तन्त्र से निकल जाती हैं।

सिगर[3] ने बतलाया है कि घुलित कार्बनिक पदार्थ में धातुओं के संकुल निर्माण करने एवं घुलनशीलता बढ़ाने तथा उनके आक्सीकृत और अवकृत रूपों को परिवर्तित करने, जलीय तन्त्र में धातुओं की उपलब्धता को बढ़ाने तथा आविषालु स्तर तक पहुँचाने, निलम्बित पदार्थों पर शोषित धात्विक पदार्थों को प्रभावित करने एवं धातुओं की, जिनमें कोलाइड समाहित होते हैं, स्थिरता प्रभावित करने की क्षमता होती है।

जोहनसन[4] के अनुसार कार्बनिक पदार्थ लौह आक्साइड तथा मैंगनीज आक्साइड के साथ क्रिया करके संकर का निर्माण करते हैं जो भारी धातुओं के आयनों के लिए मुख्य शोषक का काम करते हैं।

फॉस्ट्नर एवं विटमैन[5] के अनुसार भी भारी धातुएँ कार्बनिक अणुओं के साथ मिलकर संकुल निर्माण करती हैं।

यहाँ यह कहना उपयुक्त होगा कि अवसादों में उपस्थित मृत्तिका खनिज कार्बनिक पदार्थों के अवशोषण में महत्वपूर्ण भूमिका का निर्वाह करते हैं।

प्रयोगात्मक

वाराणसी के गंगा घाट, नाले तथा प्रतिदर्श स्थान चित्र 1 में दिखाये गये हैं। एकत्र नमूनों से कुछ चुने हुए नमूनों का विश्लेषण किया गया। जैविक कार्बन तथा कार्बनिक पदार्थ की प्रतिशत मात्रा ज्ञात की गयी। इसके लिए वाकले तथा ब्लैक[6] की द्रुत अनुमापन विधि अपनायी गयी।

लेश (भारी) धातु विश्लेषण

क्षेत्र के चयनित नमूनों का परमाण्वीय अवशोषण स्पेक्ट्रममिति (एटामिक एबजार्प्शन स्पेक्ट्रोमीटर आई एल जैरेल ऐश मॉडल-11) विधि से विश्लेषण कर लेश धातुओं की जानकारी प्राप्त की गयी। विश्लेषण हेतु, नमूनों को निम्नलिखित विधि से तैयार किया गया—

चयनित नमूनों को अगेट खरल में पीसा गया। ऐल्कोहल डालने से यह प्रक्रिया सरल हो जाती है। इस प्रकार उपलब्ध महीन पाउडर से 100 मिग्रा० मात्रा तोली गयी। इस मात्रा को वायुरोधी टेफ्लान बाम्ब में रखकर उसमें 5 मिली० ऐक्वा रेजिया (HNO_3 : HCl : : 3 : 1) तथा 2 मिली० हाइड्रोफ्लोरिक अम्ल मिलाया। तत्पश्चात् इसे 100° से० 110° से० तक गर्म कर ठण्डा किया गया। यदि ठण्डा होने के बाद भी नमूने के कुछ कण शेष बचे तब पुनः आसुत जल तथा हाइड्रोफ्लोरिक अम्ल डालकर तीन घण्टा तक गर्म कर पुनः ठण्डा किया गया। इसे प्लास्टिक के मापन फ्लास्क में डालकर तथा आसुत जल मिलाकर 50 मिली० विलयन तैयार कर लिया गया। तत्पश्चात् इसे प्लास्टिक बोतल में भरकर नमूना संख्या लिख दी गयी। इस विलयन को परमाण्वीय अवशोषण स्पेक्ट्रममापी पर विश्लेषित किया गया। मरकरी की लेश मात्राएँ शीत वाष्प विधि द्वारा प्राप्त की गयीं।

परिणाम तथा विवेचना

उपर्युक्त विधियों से प्राप्त भारी धातुओं की मात्रायें, जैविक कार्बन तथा कार्बनिक पदार्थ की प्रतिशत मात्रा सारणी 1 में दी गयी है। इसी सारणी में औसत शेल में विद्यमान भारी धातुओं की मात्रा भी दर्शायी गयी है[7] तथा इन्हीं मानों से क्षेत्र के अवसादों में विद्यमान भारी धातुओं की मात्रा की तुलना की गयी है। (यह इंगित करना आवश्यक है कि तुलनात्मक अध्ययन के लिये अन्य कोई आधार, यथा—गंगा अवसाद में भारी धातुओं की विद्यमानता का कोई मूल आँकड़ा उपलब्ध नहीं है)।

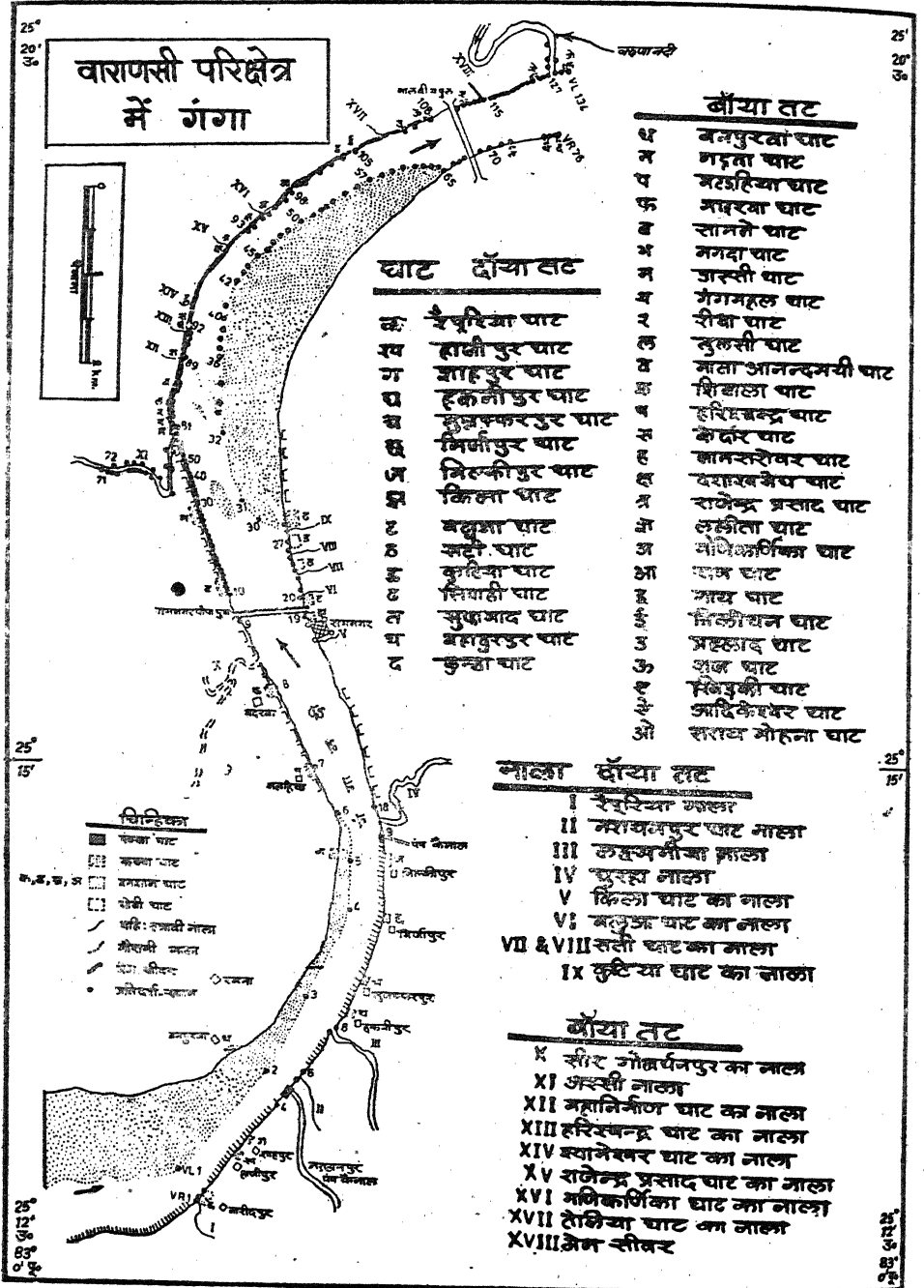
सारणी 1 से स्पष्ट है कि क्षेत्र में कार्बनिक पदार्थ की अधिकतम मात्रा 1.412 प्रतिशत मुख्य सीवर के बायें भाग में तथा न्यूनतम मात्रा 0.066 प्रतिशत अस्सी घाट विपरीत में पाई गई है। घुरहा नाला के बायें मुहाने पर इसकी प्रतिशत मात्रा 1.022 तथा इसके बायें भाग में 0.179 है। दायें तट में रैपुरिया नाला के दाहिने भाग में 0.129, नरायनपुर नाला के दायें भाग में 0.195, सती घाट पर 0.789 तथा कुटिया घाट पर 0.349 प्रतिशत पायी गयी।

सारणी 1

गंगा अवसाद में उपस्थित भारी (लेश) धातुओं तथा जैविक कार्बनिक पदार्थ की मात्रा

क्र० सं०	प्रतिदर्श सं०	प्रतिदर्श की स्थिति	भारी धातुयें पी० पी० एम०							पी० पी० बी०	जैविक कार्बन (प्रतिशत)	जैविक पदार्थ
			Cu	Pb	Ni	Co	Cr	Zn	V	Hg		
1.	VR 2	रैपुरिया घाट नाला (दायाँ मुहाना)	10	<10	10	<10	50	—	—	70	0.075	0.129
2.	VR 6	नरायनपुर नाला (दायाँ भाग)	10	<10	25	<10	50	—	—	70	0.113	0.195
3.	VR 13	घुरहा नाला (बायाँ मुहाना)	150	—	70	34	61	97	6.6	65	0.593	1.022
4.	VR 18	घुरहा नाला (दायां मुहाना से 100 मी० पश्च)	329	<10	73	<10	125	250	5.2	65	0.104	0.179
5.	VR 24	सतीघाट (रामनगर)	20	<10	10	10	100	—	—	90	0.458	0.789
6.	VR 27	कुटिया घाट (रामनगर)	10	<10	<10	<10	70	—	—	80	0.203	0.342

7.	VR 32	अस्सी घाट विपरीत	<10	<10	10	<10	30	98	4.5	80	0.038	0.066
8.	VL 12	सामने घाट	<10	<10	<10	10	15	—	—	80	0.334	0.576
9	VL 57	अस्सी नाला प्र.ग.म (45 मी० पूर्व)	60	<10	73	22	129	107	3.4	—	0.068	0.117
10.	VL 81	अस्सी घाट	33	<10	46	10	79	63	2.9	—	0.083	0.143
11.	VL 92	हरिश्चन्द्र घाट	82	<10	38	26	46	120	3.7	—	0.153	0.164
12.	VL 106	प्रह्लाद घाट	50	60	50	10	150	—	—	80	0.113	0.195
13.	VL 114	मुख्य सीवर (बायाँ मुहाना)	173	—	73	21	—	186	9.8	105	0.819	1.412
14.	VL 123	आदिकेश्वर घाट	160	50	45	15	200	193	4.6	220	0.623	1.074
भारी धातुओं के लिए शेलमान[7]			45	20	68	19	90	95	3.7	400		

— = निर्धारण नहीं हुआ

चित्र 1 : घाट, नाले व प्रतिदर्श स्थान

बायें तट पर सामने घाट पर कार्बनिक पदार्थ की मात्रा 0.576, अस्सी नाला पूर्व में 0.117 अस्सी घाट पर 0.143, हरिश्चन्द्र घाट पर 0.164, प्रह्लाद घाट पर 0.195, आदिकेश्वर घाट (पश्च) पर 1.074 प्रतिशत पायी गयी ।

औसतन शेल में विद्यमान भारी धातुओं के लिए दिये गये मानों से तुलना करने पर ज्ञात होता है कि गंगा के दायें तट पर घुरहा नाला (बाँया मुहाना) और बायें तट पर मुख्य सीवर (बाँया मुहाना) तथा आदिकेश्वर घाट पर भारी धातुओं का सान्द्रण कई गुना अधिक है । इन स्थानों पर कार्बनिक पदार्थ की औसत मात्रा 1.169 प्रतिशत है । इससे यह निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि कार्बनिक पदार्थ की अधिकता के कारण सारणी 1 में दी गई धातुयें शोषण, संकरण आदि क्रियाओं के द्वारा अवसाद में एकत्रित हो रही हैं तथापि कुछ स्थानों, जैसे—घुरहा नाला (दायाँ मुहाना से 100 मीटर पश्च), अस्सी नाला संगम (45 मीटर पूर्व), हरिश्चन्द्र घाट तथा प्रह्लाद घाट के अवसाद में भी धातुओं का सान्द्रण अधिक है । यद्यपि इन स्थानों पर कार्बनिक पदार्थ की औसत मात्रा (0.164 प्रतिशत) अपेक्षाकृत कम है, तथापि इन स्थानों पर अवसाद का कण-साइज, यथा—मृत्तिका खनिज एवं कार्बोनेट पदार्थ की अपेक्षाकृत बहुलता है जो अवसाद में भारी धातुओं के सान्द्रण में सहायक हुए हैं ।

इस विवेचना से स्पष्ट है कि अध्ययन क्षेत्र के अवसाद में भारी धातुओं के सान्द्रण में कार्बनिक पदार्थ का विशेष योगदान है । इन स्थानों पर बहुत से हानिकारक पदार्थ—आविषालु धातुएँ यथा लेड, जिंक, मरकरी, कॉपर, क्रोमियम, निकिल आदि का अवसाद द्वारा शोषण हुआ है । यह भी स्पष्ट है कि अवसाद में धातुओं के सान्द्रण में कार्बनिक पदार्थ की मात्रा का भी योगदान है ।

कृतज्ञता-ज्ञापन

इस शोध प्रपत्र का कार्य पर्यावरण विभाग, भारत सरकार द्वारा गंगा अवसाद परियोजना को प्रदत्त वित्तीय सहायता के अन्तर्गत किया गया है । भारी धातुओं के विश्लेषण में भारतीय भूगर्भ सर्वेक्षण (कलकत्ता) का सहयोग सराहनीय है ।

निर्देश

1. सैक्सवी, जे० डी०, **केम० जियाल०**, 1973, **12**, 241-288.

2. रशीद, एम० ए०, **केम० जियाल** 1974, **13**, 115-123.

3. सिंगर, पी० सी०, इनफ्लूएन्स आफ डिसाल्वड आरगेनिक्स आन दि डिस्ट्रीब्यूशन, ट्रान्सपोर्ट, एण्ड फेट आफ हैवी मेटल्स इन एक्वाटिक सिस्टम्स इन फेट आफ पाल्यूटैट्स इन दी एयर एण्ड वाटर इनवायरमेंट, पार्ट I. सफेट, आई० एच० (इडि०), न्यूयार्क, 1977, 155-182.

4. जोहनसन, के०, द फन्डामेंटल केमिकल एण्ड फिजिकल कैरेक्टरिस्टिक्स ऑफ स्वेडिश लेक : हैवी मेटल कन्टेन्ट इन लेक सेडीमेंट फ्राम सम लेक्स ऑन द स्वेडिश वेस्ट कोस्ट एण्ड इट्स कनेक्शन विथ द एटमास्फेरिक सप्लाई, एब्स्ट्रैक्ट, एस० आई० एल० काग्र०, कॉपनहॉगेन, 1977, 133.

5. फास्ट्नर, यु० तथा विटमैन, जी० टी० डब्ल्यू०, (वर्द्धित द्वितीय संस्करण, 1983) : मेटल पाल्यूशन इन द एक्वाटिक इनवायरमेंट, स्प्रिंग-बरलाग, बरलिन हेडेलबर्ग, न्यूयार्क, 1979, 1-486.

6. वाक्ले, ए० तथा ब्लैक, डी० सी०, सॉयल साइन्स, 1934, 37, 29-38.

7. टुरेकियन, के० के० तथा वेडेपाल, के० एच०, बुल० जियाल० सोसा० अम०, 1961, 72, 175-192.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34. No. 3, 1991

कोल्चीसीन द्वारा कुसुम में स्वचतुर्गुणन का अध्ययन

बनारसी यादव, हृदय कुमार तथा प्रमोद कुमार चौबे
आनुवंशिकी एवं पादप प्रजनन विभाग, कृषि विज्ञान संस्थान
बनारस हिन्दू विश्वविद्यालय, वाराणसी

[प्राप्त—मई 4, 1991]

सारांश

कुसुम की सात विभिन्न प्रजातियों के अंकुरों को स्वचतुर्गुणित उत्पन्न करने हेतु कोल्चीसीन के 0.1 प्रतिशत घोल के साथ 4, 8 एवं 12 घन्टे तक उसका उपचार किया गया। 8 घन्टे तक का उपचार स्वचतुर्गुणित पैदा करने में सर्वाधिक (5.16 प्रतिशत जीवित) प्रभावी रहा। बड़े बीज वाली प्रजातियाँ छोटे बीज की प्रजातियों की अपेक्षा कोल्चीसीन से ज्यादा प्रभावित पायी गयीं।

Abstract

Study of colchicine-induced autotetraploid in safflower. *By* B. Yadav, H. Kumar and P. K. Chaubey, Department of Genetics and Plant Breeding, Institute of Agricultural Sciences, Banaras Hindu University, Varanasi.

Seedlings of seven diverse cultivars of safflower (*Carthomus tinctorius* L.) were treated with 0.1% aqueous cochicine solution for 4, 8 and 12 hours to induce autotetraploid. Treatment of 8 hrs. was most effective and efficient in inducing autotetraploids (5.16% viable). Large seeded cultivars were more responsive to the colchicine than small seeded ones.

यद्यपि गुणसूत्र द्विगुणन एवं इसके कोशिकीय एवं कायिकी प्रभाव का अध्ययन बहुत सी फसलों पर हुआ, परन्तु कुसुम नामक तिलहनी फसल पर बहुत कम कार्य हुआ है। स्वचतुर्गुणित कुसुम पर जो कार्य पहले हुआ है वह बहुत ही प्रारम्भिक स्तर का है।[1, 2] पुनः स्वचतुर्गुणन की विधि बहुत प्रभावकारी नहीं रही है। कोल्चीसीन के अतिरिक्त विभिन्न भौतिक[3, 4, 5] एवं रासायनिक[6] विधियों द्वारा स्व-बहुगुणन का प्रयास किया गया, परन्तु परिणाम बहुत प्रभावकारी नहीं पाये गये। सम्भवतः इस

विषमता का निवारण ब्लेकेस्ली तथा एव्रे[7] एवं नैवेल[8] ने कोल्चीसीन के जलीय विलयन द्वारा 48 विभिन्न[5, 9] प्रजातियों में स्वबहुगणित उत्पन्न करने के महत्वपूर्ण कीर्तिमान स्थापित करके किया। उस समय से लेकर अब तक बहुत सी फसलों एवं प्रजातियों में कोल्चीसीन के जलीय घोल के प्रयोग से स्वचतुर्गुणित उत्पन्न किये गये।

कुसुम में सम्भवतः सैन्क एवं नाल्स[1] द्वारा सर्वप्रथम कोल्चीसीन के प्रयोग से स्वचतुर्गुणित उत्पन्न किया गया। उसके बाद पिल्लई[2] ने कुसुम की आई० सी० 11842 प्रजाति पर कोल्चीसीन के उपचार से इसी विभाग में स्वचतुर्गुणित पैदा किया। कोल्चीसीन विभिन्न प्रजातियों पर अलग-अलग समय तक सम्पर्क कराने पर भिन्न भौतिक एवं रासायनिक प्रभाव डालता है, जो प्रजाति के कोशिकीय कार्य की एवं बाह्य आकार के अध्ययन के लिए बहुत महत्व रखता है। कोल्चीसीन द्वारा उत्पादित स्वचतुर्गुणित में तेल की मात्रा एवं परीक्षण भार उसी प्रजाति के द्विगुणन से अधिक पाया गया है।[10,11] अतः उपर्युक्त तथ्य को ध्यान में रखते हुए लेखकों ने कुसुम की विभिन्न प्रजातियों पर कोल्चीसीन द्वारा भिन्न सम्पर्क-समय का अध्ययन किया। प्रस्तुत शोध-पत्र में कुसुम की सात विभिन्न आकार एवं तेल (प्रतिशत) मात्रा की प्रजातियों का अध्ययन कोल्चीसीन के जलीय विलयन में तीन विभिन्न सम्पर्क समयों के लिए किया गया है।

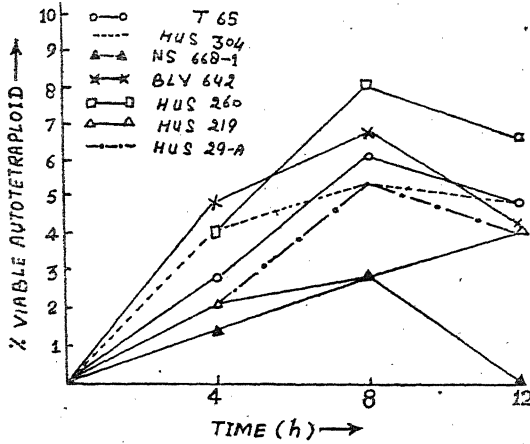
सम्पर्क-समय एवं आकार-भिन्नता पर कोल्चीसीन के प्रभाव का अध्ययन

प्रयोगात्मक अध्ययन हेतु कुसुम की सात विभिन्न प्रजातियों (टी० 65, एच० यू० एस० 304, एन० एस० 668-1, बी० एल० वाई० 642, एच० यू० एस० 260, एच० यू० एस० 219 एवं एच० यू० एस० 29-ए) के अंकुरों का उपचार कोल्चीसीन के जलीय घोल द्वारा 4, 8 एवं 12 घन्टे तक किया गया। सभी प्रजातियाँ आनुवंशिकी एवं पादप प्रजनन विभाग, कृषि विज्ञान संस्थान बनारस हिन्दू विश्वविद्यालय द्वारा उपलब्ध कराई गयीं। सभी सात प्रजातियों के बीज निर्जीवीकृत लकड़ी के बुरादे से भरे मिट्टी के बर्तनों में उगाये गये। दो बीज पत्तों वाले अंकुरों को कोल्चीसीन (बी० डी० एच० बम्बई) के 1 प्रतिशत जलीय विलयन से 4, 8 एवं 12 घन्टे तक रुई के फाहे से, जो कि दोनों बीजपत्तों के मध्य स्थित था, उपचारित किया गया। प्रयोग किया जाने वाला घोल प्रत्येक एक घन्टे बाद बदल दिया गया। उपचार के बाद सभी अंकुरों को एक घन्टे की अवधि तक आसुत जल से धोया गया एवं अच्छी प्रकार तैयार क्यारियों में रोप दिया गया।

स्वचतुर्गुणित पौधों को द्विगुणित पौधों की तुलना में विभिन्न बाह्य एवं कोशिकीय रचनाओं के आधार पर अलग किया गया। अन्त तक जीवित स्वचतुर्गुणित पौधों की संख्या का प्रतिशत कुल उपचारित पौधों की संख्या के सापेक्ष निकाला गया। पुनः सभी जीवित स्वचतुर्गुणित पौधों का प्रतिशत कुल प्राप्त चतुर्गुणित पौधों के सापेक्ष निकाला गया।

परिणाम तथा विवेचना

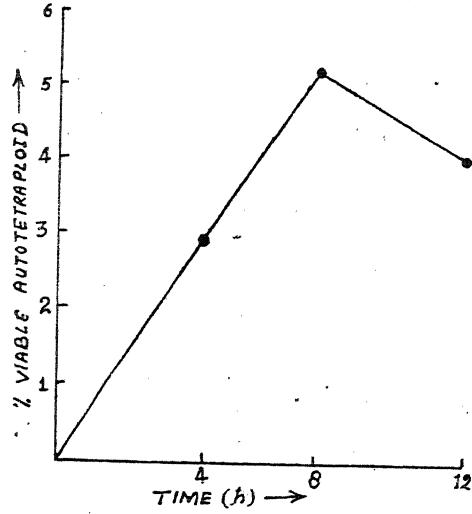
विभिन्न प्रजातियों पर अलग-अलग समय तक कोल्चीसीन घोल के उपचार से यह ज्ञात होता है

कि इसका प्रभाव प्रजाति विशिष्ट है (चित्र 1)[1]। विभिन्न सम्पर्क समयों में 8 घन्टे में सबसे ज्यादा स्वचतुर्गुणित पौधे प्राप्त हुए हैं जिससे यह निष्कर्ष निकलता है कि अधिक समय तक घोल का सम्पर्क रहने पर पौधों में मृत्यु दर बढ़ जाती है।

चित्र 1 : कुसुम की विभिन्न प्रजातियों पर कोल्चीसीन उपचार-अवधि का प्रभाव

उपचार समय का प्रभाव

यद्यपि विभिन्न प्रजातियों के साथ कोल्चीसीन घोल का सम्पर्क समय का अलग-अलग प्रभाव रहा है परन्तु 8 घन्टे का समय सबसे उपयुक्त पाया गया है। 8 घन्टे तक कुसुम के अंकुरों को कोल्चीसीन के जलीय घोल से उपचारित करने पर अधिकतम (5·16) जीवित स्वचतुर्गुणित पौधे प्राप्त किये गये (चित्र 2)। वास्तव में 12 घन्टे तक का उपचार समय अधिक पौधों की मृत्यु का कारण बनता है (सारणी 1)। प्राप्त परिणामों से स्पष्ट है कि उचित समय एवं सान्द्रता अधिक संख्या में जीवित स्वचतुर्गुणित प्राप्त करने के लिए परम आवश्यक है।

बीज आकार का प्रभाव

प्रयोग से प्राप्त परिणाम यह दर्शाते हैं कि विभिन्न प्रजातियों के साथ कोल्चीसीन घोल का उपचार अलग-अलग परिणाम देता है। प्रजातियाँ एच० यू० एस० 260, बी० एल० वाई० 642 एवं एच० यू० एस० 2 कोल्चीसीन घोल के प्रति अधिक संवेदनशील पायी गयीं (सारणी 2)। इन प्रजातियों के बीज का आकार सामान्यतः अन्य प्रजातियों की अपेक्षा बड़ा था। इसी प्रकार के प्रयोग से पहले भी यह परिणाम प्राप्त हो चुका है कि बड़े बीज वाले पौधे कोल्चीसीन घोल से ज्यादा प्रभावित होते है।[12]

चित्र 2 : कुसुम पर कोल्चींसीन के सम्पर्क समय का प्रभाव

सारणी I

कोल्चीसीन जनित स्वचतुर्गुणितों की बारम्बारता : उपचार समय के आधार पर

उपचार समय (घन्टे)	पकने के समय जीवित पौधे (%)	स्वचतुर्गुणित प्राप्त उपचारित के सापेक्ष (%)	जीवित स्वचतुर्गुणित (%)	
			अंकुर उपचारित के सापेक्ष	कुल स्वचतुर्गुणित प्राप्त के सापेक्ष
4	62.02	3.71	2.96	79.03
8	49.98	6.66	5.16	76.15
12	40.65	6.27	4.00	60.14

सारणी 2

कोल्चीसीन जनित स्वचतुर्गुणितों की बारम्बारता : प्रति प्रजाति

प्रजाति	पकने के समय जीवित पौधे (%)	स्वचतुर्गुणित पौधे उपचारित अंकुरों के आधार पर (%)	जीवित स्वचतुर्गुणित (%) अंकुर उपचारित के सापेक्ष	कुल स्वतु-र्गुणित प्राप्त के सापेक्ष
टी० 65	43.57	5.33	4.47	83.23
एच० यू० एस० 304	58·27	6.03	4.67	78.11
एन० एस० 668-1	49.60	3.56	1.33	38.55
बी० एल० वाई० 642	50.43	7.10	5.13	735.48
एच० यू० एस० 260	54.60	7.73	6.20	79.41
एच० यू० एस० 219	51.93	4.00	2.90	72.34
एच० यू० एस० 29-ए	44.67	5.03	3.57	77.27

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकों में बनारसी यादव छात्रवृत्ति प्रदान करने हेतु विश्वविद्यालय अनुदान आयोग का आभारी है।

निर्देश

1. सैन्क, एस० सी० तथा नाल्स, पी० एफ०, **एन० जे० बाटनी** 1961, **51**, 1093-1102.
2. पिल्लई, आर० एस० एन०, **पी० एच० डी० थीसिस**, एग्रीकल्चर बनारस हिन्दू यूनिवर्सिटी, वाराणसी, 1978.
3. बेलिंग, जे० तथा ब्लैकेस्ली, ए० एफ०, **अमेर० नैट०** 1924, **58**, 60-70.
4. कास्टाफ, डी०, **एवरेस्ट० यू० वरब०**, 1935, **69**, 301-309.
5. ब्लैफेस्ली, ए० एफ०, **अमेर० जे०बाट०**, 1939, **26**, 163-172.
6. डरमेन, एच०, **प्रोसी० अमेर० सोसा० हार्ट० सा०** 1941, **38**, 141.
7. ब्लैफेस्ली, ए० एफ० तथा एवरे, ए० जी०, **साइन्स**, 1937, **86**, 108.
8. नैबेल, बी० आर०, **नेचर**, 1937, **140**, 1101.

9. इगस्ती, ओ० जे० तथा डस्टिन ए० पी०, कोल्चीसीन इन एग्री० मेडिसिन, बायोलोजी एण्ड केमेस्ट्री, ईवा स्टेट का० प्रेस० एमस० इवो० 1955.

10. राव, डी० प्रसाद, एम० एस० सी० (ए० जी०) थीसिस, एग्री० बी० एच० यू० वाराणसी 1985.

11. यादव, बी० तथा कुमार, एच०, न्यूजलेटर, 1989,4,45-49.

12. मर्सी कुट्टी, वी०सी०, पीएच०डी० थीसिस (एग्रीकल्चर), बनारस हिन्दू यूनिवर्सिटी, वाराणसी, 1983.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 3, 1991

फसलों पर प्रदूषक सीसे का प्रभाव

शिवगोपाल मिश्र तथा विनय कुमार
शीलाधर मृदा शोध संस्थान,
इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद

[प्राप्त—मई 7, 1990]

सारांश

शीलाधर शोध प्रक्षेत्र में सीसे (लेड नाइट्रेट) की चार विभिन्न मात्रायें 0, 50, 100 एवं 200 ppm Pb डालकर मूँग तथा शलजम की फसलें उगाई गईं। यह पाया गया कि Pb की मात्रा बढ़ाने के साथ-साथ पौधों की वृद्धि तथा उपज पर विपरीत प्रभाव पड़ा जबकि पौधों द्वारा शोषित सीसे की मात्रा बढ़ती गई। दलहनी फसलों तथा कन्दीय फसलों पर प्रदूषक सीसे का एकसा प्रभाव जान पड़ता है।

Abstr act

Effect of pollutant Pb on crops. *By* S. G. Misra and Vinay Kumar, Sheila Dhar Institute of Soil Science, University of Allahabad.

Mung and turnip crops were grown in plots treated with four different doses (0, 50, 100 and 200 ppm) of lead (Pb) as lead nitrate. It was observed that the growth of the plants and crop yields were adversely affected whereas the uptake of Pb by the plants increased with increasing doses of lead. It appears that leguminous crops and root crops are affected alike by the pollutant lead.

यातायात के साधनों में वृद्धि के परिणाम-स्वरूप शहरों तथा कस्बों में पेट्रोल तथा डीजल से चलने वाले वाहनों की संख्या बढ़ी है। पेट्रोल तथा डीजल में सीसा (Pb) नामक भारी धातु प्रचुर मात्रा में रहती है। अत: सड़कों पर चल रहे वाहनों के धुयें से शहरों एवं कस्बों के किनारों की भूमियों और उनमें उगने वाले पौधों में सीसे की लगातार वृद्धि होती रहती है, तथा उनपर अदृश्य हानिकारक प्रभाव पड़ता रहता है[1, 2]। शहरों में तीव्र औद्योगिक विस्तार होने से आटोमोबाइल, पेन्ट आदि उद्योगों का

सर्वाधिक विकास हुआ है, फलस्वरूप उनसे निकले अपशिष्ट (ठोस व द्रव) प्रत्यक्ष या परोक्ष रूप से नालों या सिंचाई जल के द्वारा भूमि में लगातार पहुँचते रहते हैं। फलतः शहरों के आस-पास की भूमियाँ, जिनमें प्रायः सब्जियाँ अथवा पशुओं के लिये चारा उगाया जाता है, बुरी तरह से प्रदूषित हुई हैं। उद्योगों के अपशिष्ट एवं जल में प्राप्य प्रदूषक तत्वों, यथा Pb, Cd, Cr, Ni, Cu के कारण भूमि में इनकी मात्रा बढ़ने से उसकी उर्वरा शक्ति पर बुरा प्रभाव पड़ता है।[3]

इसी दृष्टि से हमने सीसे की विभिन्न मात्राओं को भूमि में मिलाकर एक दलहनी तथा एक कन्द वाली फसल उगाने का प्रयोग किया और इन फसलों की वृद्धि, उपज तथा उनके द्वारा शोषित तत्वों की मात्रा ज्ञात की।

प्रयोगात्मक

प्रक्षेत्र की तैयारी : शीलाधर मृदा शोध संस्थान के फार्म पर यादृच्छिक विधि द्वारा चार उपचारों की तीन-तीन आवृत्तियों के लिए 36 प्लाटों को रबी फसल कटने के बाद तैयार किया गया। परीक्षण में प्लाटों की संख्या का आकार 1 मी² रखा गया। फसलों की कटाई परिपक्व होने पर की गई। पौधों के रासायनिक विश्लेषण के लिए प्रत्येक प्लाट से अलग-अलग नमूने लिये गये।

उपचार : प्रक्षेत्र पर तैयार प्लाटों में 0, 50, 100 एवं 200 ppm लेड (लेड नाइट्रेट के रूप में) मिलाकर N,P,K, उर्वरकों की 50:50:50 किग्रा० मात्रा प्रति हैक्टर डाली गयी। नाइट्रोजन, फॉस्फोरस, पोटाश को क्रमशः यूरिया, सुपरफॉस्फेट तथा म्यूरेट आफ पोटाश के रूप में मृदा में मिलाया गया। वर्ष 1988 में 10 जुलाई को मूँग टाइप-1 की बुवाई 10 ग्रा० प्रति प्लाट की दर से की गई। रबी की ऋतु में 25 अक्टूबर को शलजम की फसल बोयी गई।

प्रक्षेत्र पर सिंचाई मूँग की फसल में वर्षा की स्थिति के अनुसार तथा शलजम में 10 दिनों के अन्तर पर हल्की सिंचाई की गयी।

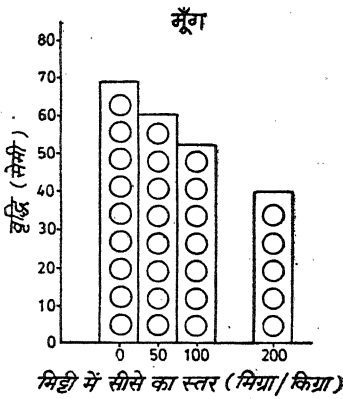
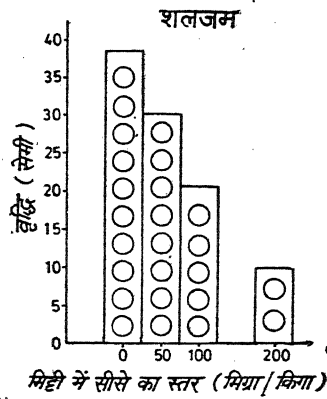
फसल की बढ़वार तथा उपज : मूँग तथा शलजम के पौधों की ऊँचाई क्रमशः 60 तथा 45 दिनों बाद ज्ञात की गई। फसलों के पकने पर मूँग को 90 दिन के बाद तथा शलजम को भी 90 दिन बाद काट व उखाड़ लिया गया। मूँग के दानों तथा शलजम के कन्दों का भार ज्ञात किया गया।

लेड का शोषण : फसलों को काटने तथा उखाड़ने के बाद उनके विभिन्न भागों—पत्तियों या तना, दानों व जड़ों को अलग करके सुखाया गया। पौधे के विभिन्न भागों द्वारा जितना लेड अवशोषित हुआ उसका निश्चयन एटामिक एब्जार्प्सन स्पेक्ट्रोफोटोमीटर द्वारा ज्ञात किया गया। इसके लिये हमने बैरकपुर के केन्द्रीय मत्स्य प्रग्रहण शोध संस्थान का सहयोग प्राप्त किया।

प्राप्त परिणामों को रेखाचित्रों द्वारा प्रदर्शित किया गया है।

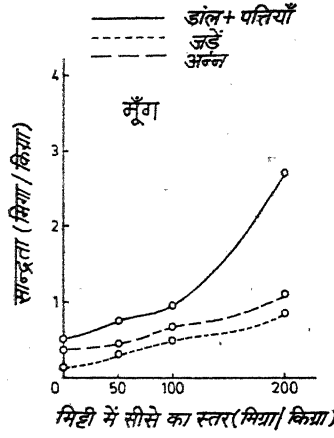
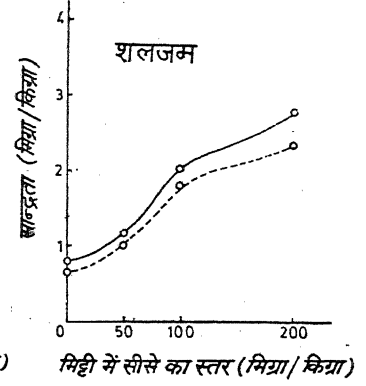
परिणाम तथा विवेचना

लेड का विभिन्न फसलों की वृद्धि तथा उपज पर प्रभाव

रेखाचित्र 1 और 2 का अध्ययन करने पर यह स्पष्ट हो जाता है कि मूँग तथा शलजम की फसलों में लेड की अनुपस्थिति में उनकी वृद्धि तथा उपज सर्वाधिक रही और ज्यों-ज्यों लेड की मात्रा में वृद्धि की गई इन पर विपरीत प्रभाव पड़ा। उदाहरणार्थ 50 ppm Pb से मूंग की वृद्धि में 13%, उपज में 10%, 100 ppm पर 25% तथा 15% की कमी आई।[4] शलजम में यह कमी 50 तथा 100 ppm Pb पर क्रमश: 15%; 7%, 41% व 23% देखी गयी। फसलों की वृद्धि में लेड की सर्वाधिक मात्रा (200 ppm) पर मूँग तथा शलजम में क्रमश: 42% तथा 72% की कमी देखी गई।[5] दोनों फसलों की उपज में भी लेड की उच्च मात्रा से क्रमश: 25% तथा 32% की कमी आई।

चित्र 1 चित्र 2

लेड का पौधों के विभिन्न भागों द्वारा शोषण

रेखाचित्र 3 और 4 को देखने पर यह ज्ञात होता है कि कन्ट्रोल की तुलना में मूँग के तनों व पत्ती में 50 ppm Pb स्तर पर 1.5 गुना, दानों में 1.2 गुना तथा जड़ों में 1.9 गुना Pb की मात्रा बढ़ी। 100 ppm Pb पर 1.8, 1.6 व 2.9 गुनी वृद्धि तनों, दानों व जड़ों में हुई। उपचार के सर्वोच्च स्तर (200 ppm Pb) पर शोषित लेड की मात्रा तनों में लगभग 5 गुनी; दानों में 3 गुनी तथा जड़ों में 5 गुनी थी। शलजम में पौधे के ऊपरी भाग में अवशोषित लेड की मात्रा 50 ppm Pb पर 1.4 गुनी तथा जड़ों में 1.6 गुनी थी। इसी तरह 100 ppm स्तर पर पौधे के ऊपरी तथा निचले भागों में लेड की मात्रा में 2.4 तथा 2.8 गुनी वृद्धि पायी गयी। सर्वाधिक उच्च उपचार स्तर (200 ppm Pb) पर तनें तथा जड़ में लेड की मात्रा 3.5 गुनी तक पायी गयी।

इस प्रकार यह स्पष्ट है कि सीसे की अधिक मात्रा पौधों की वृद्धि तथा उपज पर बुरा प्रभाव डालती है, जिसका कारण पौधों द्वारा लेड का अधिक अवशोषण है।[6]

चित्र 3 चित्र 4

कन्दीय तरकारियों तथा दालों के उपभोक्ताओं को चाहिए कि ऐसे क्षेत्रों में, जहाँ लेड की मात्रा भूमि में अधिक हो, पैदा की जाने वाली फसलों को खाने से पूर्व उनका विश्लेषण करा लें। प्राय: मल जल तथा अवमल से उपचारित मिट्टियों में उगाई गई फसलों का उपयोग करते समय सावधानी बरतनी होगी।

निर्देश

1. हैरीसन, आर० एम० इत्यादि, Environ. Sci. Tech. 1981, **15**, 1378-83.
2. वार्ड, एन० आदि, Environ. Sci. Tech., 1977, **11**, 917-21.
3. मिश्रा, एस० जी० तथा शुक्ला, पी० के०, **विज्ञान परिषद अनुसंधान पत्रिका**, 1990, 33, 227-33.
4. रवॉन्स, एस० इत्यादि, Plant & Soil, 1985, **74**, 87-94.
5. मिश्रा, एस० जी० तथा अन्य, **विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका**, 1989, **32**, 9-14.
6. पाण्डेय, जी०, **डी-फिल० थीसिस**, इलाहाबाद विश्वविद्यालय, 1975.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34. No. 3, 1991

संयुग्मी फूरियर श्रेणी के नार्लुण्ड माध्यों के द्वारा फलनों का सन्निकटन

कुमारी प्रीति पीपलीवाल तथा अर्चना ब्यौहर
गणित अध्ययनशाला, विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जैन (म० प्र०)

[प्राप्त—मई 13, 1990]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में संयुग्मी फूरियर श्रेणी के नार्लुण्ड माध्यों द्वारा फलन के सन्निकटन पर विचार किया गया है

Abstract

Approximation of functions by Norlund means of conjugate Fourier series. *By* Km. Priti Pipliwal and Archana Beohar, School of Studies in Maths Vikram University, Ujjain.

In this paper we establish a result on the approximation of functions by the Nörlund means of a conjugate Fourier series.

1. माना कि Σa_n आंशिक योगफलों के अनुक्रम $\{s_n\}$ समेत एक दी हुई अनन्त श्रेणी है। माना कि $\{p_n\}$ वास्तविक अथवा मिश्र अचरों का अनुक्रम हो तो

$$P_n=p_0+p_1+p_2+p_3+\dots+p_n \; (P_n\neq0)$$

अनुक्रम रूपांतर

$$t_n=\frac{1}{P_n}\sum_{k=0}^{n} p_{n-k}\, S_k \; (P_n\neq0)$$

$$=\frac{1}{P_n}\sum_{k=0}^{n} p_k\, S_{n-k} \qquad (1.1)$$

से अनुक्रम $\{t_n\}$ परिभाषित है, जो कि अनुक्रम $\{p_n\}$ द्वारा उत्पन्न नालुंण्ड माध्य है। यदि $t_n \to S$ जब $n \to \infty$ हम लिखते हैं

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n = S(N, p_n)$$

या

$$S_n \to S(N, p_n)$$

(1.1) द्वारा दर्शाये गये नालुंण्ड माध्य की नियमितता के प्रतिबन्ध निम्नवत् हैं :

$$\lim_{n \to \infty} \frac{p_n}{P_n} = O \tag{1.2}$$

तथा

$$\sum_{k=0}^{n} |p_k| = O[|P_n|] \tag{1.3}$$

यदि $\{p_n\}$ वास्तविक तथा अतृण हो तो (1.3) की तुष्टि स्वत: हो जाती है और तब संकलन की विधि (N, p_n) की नियमितता के लिए (1.2) आवश्यक तथा पर्याप्त प्रतिबन्ध है। $p_n = 1/n+1$ होने की दशा में (N, p_n) विधि परिचित हार्मोनिक संकलनीयता $(N, 1/n+1)$ में समानीत हो जाती है।

2. माना कि $f(x)$ आवर्ती फलन है जिसका आवर्तकाल 2π है और अन्तराल $[-\pi, \pi]$ में लिबेग रूप में समाकलनीय है। इस फलन से सम्बद्ध फूरियर श्रेणी है—

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + bn \sin nx) \tag{2.1}$$

(2.1) की संयुग्मी श्रेणी (2.2) है—

$$\sum_{n=1}^{\infty} (b_n \cos nx - a_n \sin nx) \tag{2.2}$$

हम लिखेंगे

$$\psi(t) = \psi(x, t) = f(x+t) + f(x-t)$$

$$\psi(t) = \int_0^t |\psi(u)|\, du$$

$$P(1/t) = P_\tau$$

$$p(1/t) = p_\tau$$

जहाँ τ सूचित करता है $1/t$ के समाकल अंश को।

3. सन्निकटन की कोटि पर पाठक ने[4] निम्नलिखित प्रमेय सिद्ध किया है :

प्रमेय अ :

यदि $$\psi(x, t)=\int_t^{\delta} |\psi(u)| \frac{P_{(1/u)}}{u}\, du=O(1) \tag{3.1}$$

जहाँ $\{p_n\}$ एक धनात्मक एवं अवर्धमान अनुक्रम है तब

$$\tilde{t}_n(x)-\tilde{f}(x)=O\left(\frac{1}{P_n}\right) \tag{3.2}$$

जहाँ

$$\tilde{f}(x)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} \psi(t) \cot \tfrac{1}{2} t\, dt$$

x में समान रूप से लागू होता है ।

प्रस्तुत प्रपत्र में संयुग्मी फूरियर श्रेणी के नार्लुण्ड माध्यों के द्वारा एक फलन के सन्निकटन का अध्ययन किया गया है । संक्षेप में हम निम्नलिखित प्रमेय को सिद्ध करेंगे :

प्रमेय :

यदि $$\psi(x. t)=\int_t^{\delta} |\psi(u)| \frac{P_{(1/u)}}{u}\, du=O\, [P_{(1/t)}]^{\alpha} \tag{3.3}$$

जहाँ $\{p_n\}$ एक धनात्मक तथा अवर्धमान अनुक्रम है तो

$$\tilde{t}_n(x)-\tilde{f}(x)=O\, [P_n]^{\alpha-1} \tag{3.4}$$

4. प्रमेय की सिद्धता के लिए हमें निम्नलिखित प्रमेयिकाओं की आवश्यकता होगी ।

प्रमेयिका 1

यदि $\{p_n\}$ एक अनृण तथा अवर्धमान अनुक्रम हो तब

$$\left| \sum_a^b P_k e^{i(n-k)t} \right| \leqslant P_T \tag{3.5}$$

प्रमेयिका 2

यदि $\{p_n\}$ अनृण तथा अवर्धमान अनुक्रम हो तो $0\leqslant t\leqslant\pi$ $0\leqslant a\leqslant b\leqslant\infty$ के लिए तथा किसी a एवं b के लिए

$$\left| \sum_{a}^{b} p_k \frac{\sin (n-k+\frac{1}{2})t}{\sin \frac{1}{2}t} \right| = O\left[\frac{P_{(1/t)}}{t}\right] \tag{3.6}$$

प्रमेयिका 3

यदि $\psi(t) \in L$ तब

$$\int_{\delta}^{\pi} \psi(t)\, \tilde{N}_n(t)\, dt = O\left(\frac{1}{P_n}\right) \tag{3.7}$$

प्रमेयिका 4

$O \leqslant t \leqslant \frac{1}{n}$ के लिए

$$\left| \tilde{N}_n(t) \right| \leqslant \frac{1}{2\pi P_n} \sum_{k=0}^{n} P_n \frac{\cos (n+\frac{1}{2})t}{\sin \frac{1}{2}t} = O(n) \tag{3.8}$$

प्रमेयिका 5

(3.3) तथा (3.4) से हम रखते हैं

$$\int_0^t |\psi(u)|\, du = O\left[t\{P_{(1/t)}\}^{\alpha-1}\right] \tag{3.9}$$

प्रमेयिका की उपपत्ति :

माना
$$\psi(t) = \int_t^{\delta} |\psi(u)| \frac{P_{(1/u)}}{u}\, du$$
$$= O[P_{(1/t)}]^{\alpha}$$

(3.3) से हम प्राप्त करते हैं—

$$\int_0^t |\psi(u)|\, P_{(1/u)}\, du = -\int_0^t u\psi'(u)\, du$$

खण्डशः समाकलन द्वारा हम लिखेंगे

$$= -\left[u\,\psi(u)\right]_0^t + \int_0^t \psi(u)\, du$$

$$= O\left[u\{P_{(1/u)}\}^{\alpha}\right]_0^t + O\left[\int_{1/t}^{\infty} \frac{\{P_{(v)}\}^{\alpha}}{v^2}\, dv\right]$$

$$=O[t\{P_{(1/t)}\}^{\alpha}]+O\left[\int_{1/t}^{\infty}\frac{\{P_{(u)}\}^{\alpha}}{v^{\alpha}}\frac{1}{v^{2-\alpha}}dv\right]$$

$$=O[t\{P_{(1/t)}\}^{\alpha}]+O\left[\frac{\{P_{(1/t)}\}^{\alpha}}{(1/t)^{\alpha}}\left\{v^{-2+\alpha+1}\right\}_{1/t}^{\infty}\right]$$

$$=O[t\{P_{(1/t)}\}^{\alpha}]+O\left[\frac{\{P_{(1/t)}\}^{\alpha}}{t^{-\alpha}}\frac{1}{t^{-1+\alpha}}\right]$$

$$=O[t\{P_{(1/t)}\}^{\alpha}]+O[t\{P_{(1/t)}\}^{\alpha}]$$

$$=[t\{P_{(1/t)}\}^{\alpha}]$$

तब

$$\int_0^t |\psi(u)|\,du=\int_0^t \frac{|\psi(u)|\,P_{(1/u)}}{P_{(1/u)}}\,du$$

$$=O\left[\frac{1}{P_{(1/t)}}\int_0^t |\psi(u)|\,P_{(1/u)}\,du\right]$$

$$=O\left[\frac{1}{P_{(1/t)}}\left(t\{P_{(1/t)}\}^{\alpha}\right)\right]$$

$$=O[t\{P_{(1/t)}\}^{\alpha-1}]$$

5. प्रमेय की उपपत्ति :

हम जानते हैं कि

$$S_n(\tilde{f},x)=\frac{1}{2\pi}\int_t^{\pi}\psi(t)\,\frac{\cos\frac{1}{2}t-\cos(n+\frac{1}{2})t}{\sin\frac{1}{2}t}\,dt$$

अत:

$$t_n(\tilde{f},x)-f(x)=\frac{1}{P_n}\sum_{k=0}^{n}p_{n-k}\,S_n(f,x)\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\psi(t)\cot\tfrac{1}{2}t\,dt$$

$$=\frac{1}{P_n}\sum_{k=0}^{n}p_{n-k}\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\psi(t)\,\frac{\cos\frac{1}{2}t-\cos(n+\frac{1}{2})t}{\sin t/2}\,dt$$

$$-\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\psi(t)\cot t/2\,dt$$

$$=\frac{1}{2\pi P_n}\sum_{k=0}^{n}p_k\int_0^{\pi}\psi(t)\,\frac{\cos(n+\frac{1}{2})t}{\sin t/2}\,dt$$

$$=\int_0^{\pi} \psi(t)\, \tilde{N}_n(t)\, dt$$

जहाँ

$$\tilde{N}_n(t)=\frac{1}{2\pi P_n} \sum_{k=0}^{n} p_k \frac{\cos (n+\frac{1}{2})\, t}{\sin \frac{1}{2}t}\, dt \tag{4.1}$$

प्रमेय को सिद्ध करने के लिए हम दर्शायेंगे कि

$$\int_0^{\pi} \psi(t)\ \tilde{N}_n(t)\, dt=O[P_n]^{\alpha-1}$$

हम लेते हैं—

$$I=\int_0^{\pi} \psi(t)\ \tilde{N}_n(t)\, dt$$

$$=\left[\int_0^{1/n} +\int_{1/n}^{\delta} +\int_{\delta}^{\pi}\right] \psi(t)\ \tilde{N}_n(t)\, dt,\ 0<\delta<\pi$$

$$=I_1+I_2+I_3 \text{ माना} \tag{4.2}$$

अब

$$I_1=\int_0^{1/n} \psi(t)\ \tilde{N}_n(t)\, dt$$

$$=O\left[\int_0^{1/n} n\,.\,|\psi(t)|\, dt\right] \quad \text{प्रमेयिका 4 से}$$

$$=O\left[\frac{1}{n}\,.\, n\left\{P_n\right\}^{\alpha-1}\right] \quad \text{प्रमेयिका 5 से}$$

$$=O[P_n]^{\alpha-1} \tag{4.3}$$

I_2 के लिए हम जानते हैं कि

$$\tilde{N}_n(t)=\frac{1}{2\pi P_n}\, O\left|\sum_{k=0}^{n} p_n \frac{\cos (n+\frac{1}{2})t}{\sin \frac{1}{2}t}\right|$$

$$=\frac{1}{2\pi P_n}\ O\left[\frac{P_{(1/t)}}{t}\right] \quad \text{प्रमेयिका 2 से}$$

$$=O\left[\frac{P_{(1/t)}}{t\, P_n}\right]$$

अतः

$$I_2=O\left(\int_{1/n}^{\delta} \frac{|\psi(u)|}{u} \cdot \frac{P_{(1/u)}}{P_n} du\right)$$

$$=O\left[\frac{1}{P_n} \cdot (P_n)^{\alpha}\right] \quad \text{(संकल्पना 3.3 द्वारा)}$$

$$=O[P_n]^{\alpha-1} \quad (4.4)$$

अन्त में

$$I_3=O\left[\int_{\delta}^{\pi} |\psi(t)| \ \tilde{N}_n(t)\ dt\right]$$

$$=O\left[\int_{\delta}^{\pi} |\psi(t)| \frac{P_{(1/t)}}{t P_n} dt\right]$$

$$O=\left(\frac{1}{P_n}\right) \text{ (प्रमेयिका 3 द्वारा)} \quad (4.5)$$

(4.3), (4.4) और (4.5) से

$$I=O[P_n]^{\alpha-1}$$

इस तरह प्रमेय सिद्ध हुई ।

कृतज्ञता-ज्ञापन

हम विक्रम विश्वविद्यालय के गणित प्राध्यन केन्द्र के उपाचार्य डॉ० बी० के व्यौहर के आभारी हैं जिन्होंने इस प्रपत्र के लेखन में हमारा मार्गदर्शन किया है ।

निर्देश

1. मकफैडेन, *Duke X Mathematical Jour*. 1942, **9**, 118-207.
2. फ्लैट, जे० एम०, *Q. J. Math*. 7, 87-95.
3. पोरवाल, जे० पी०, पी-एच० डी० थीसिस, विक्रम विश्वविद्यालय, उज्जैन (म० प्र०)
4. पाठक तथा गुप्ता, विज्ञान परिषद अनुसंधान पत्रिका, 1989, 32, 1

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 3, 1991

लुगदी एवं कागज औद्योगिक इकाइयों के बहिःस्राव जल का कृषि-सिंचाई हेतु प्रयोगात्मक अध्ययन

आर० एन० शुक्ला
प्रयुक्त रसायन विभाग, सम्राट अशोक टेक्नालॉजिकल इंस्टीट्यूट (डिग्री), विदिशा (म० प्र०)
तथा
एस० पी० शर्मा
रसायन विभाग, एस० एस० एल० जैन स्नातकोत्तर महाविद्यालय, विदिशा (म० प्र०)

[प्राप्त—मार्च 1, 1991]

सारांश

लुगदी एवं कागज उद्योग के द्वारा निर्गमित वहिःस्राव जल को प्राथमिक अवसादन करने के बाद उसका उपयोग चना, गेहूँ एवं धान की फसलों की सिंचाई के लिए किया गया। प्रस्तुत शोध पत्र में 5 एकड़ भूमि में फसलों का उत्पादन, पानी की मात्रा, खाद एवं उर्वरक की मात्रा एवं फसल के पूर्व तथा बाद में मृदा पर होने वाले प्रभाव का प्रयोगात्मक विवरण दिया गया है।

प्रयोगात्मक रूप से यह निष्कर्ष निकला कि फसल एवं भूमि पर किसी प्रकार का दुष्प्रभाव नहीं पड़ा।

Abstract

Study on use of pulp and paper mill primary clarified effluent for irrigation. *By* R.N. Shukla, and S.P. Sharma, Samrat Ashok Technol ogical Institute, Vidisha (M.P.)

A study of large pulp and paper mill was undert aken with mill effluent after primary treatment for experimental grain, wheat and paddy farming. All detailed informations regarding yield, requirement of water, fertilizer, manual and soil test report after every crop are presented in this paper.

The yield of crop is comparatively better with no ontoward decrease in quality of the grain and soil.

औद्योगिक इकाइयों से निकलने वाले दूषित जल के द्वारा फैलने वाली बीमारियों से बचाव के लिए तात्कालिक एवं दीर्घकालीन योजनाओं का क्रियान्वयन अनिवार्य होता जा रहा है क्योंकि इसके बिना पर्यावरण सन्तुलन को बनाये रखने में कठिनाई का सामना करना पड़ रहा है। जब तक इस दूषित जल का पर्याप्त रूप से निर्धारित श्रेणी तक उचित तकनीकी द्वारा परिशोधन नहीं किया जायेगा, तब तक इसके द्वारा सतही जल स्रोतों तथा जल स्रोतों से जल प्राप्त करने वाले माध्यम के भी दूषित हो जाने का भय बना रहेगा। किन्तु दूसरी ओर इस जल से फसलों एवं वृक्षों को सींचना आर्थिक दृष्टि से लाभप्रद सिद्ध होगा, एवं यह तथ्य और भी अधिक महत्वपूर्ण है कि यह सिंचाई हेतु जल स्रोत सिद्ध होगा।

औद्योगिक इकाइयों में लुगदी एवं कागज निर्माण इकाई हेतु सर्वाधिक जल की खपत होती है अतः इस उद्योग से सबसे अधिक मात्रा में दूषित जल निर्गमित किया जाता है। उदाहरण के लिये एक टन कागज निर्माण में 250 से 350 घन लीटर जल दूषित हो जाता है। मोटे तौर पर इसका अर्थ यह हुआ कि प्रतिदिन 100 टन कागज निर्माण करने में सक्षम कागज इकाई द्वारा लगभग 6 से 8 टन गैलन जल या 30,000 घन लीटर से लेकर 40,000 घन लीटर तक दूषित जल निर्गमित होता है। इतने जल द्वारा 1500 से लेकर 6000 एकड़ तक कृषि भूमि या वनरोपणी को अभिसिंचित किया जा सकता है। एक इकाई द्वारा अनुमानतः 11 MGD शुद्ध जल की खपत होती है तथा उपयोग के उपरान्त लगभग 9.5 MGD अशुद्ध जल निर्गमित किया जाता है। लुगदी तथा कागज निर्माण की प्रक्रिया में इस जल का विशुद्ध रूप में उपयोग विभिन्न मशीनों द्वारा किया जाता है।

प्रयोगात्मक

वहिःस्राव जल को शुद्धिकरण प्रक्रिया से गुजारने के पूर्व अत्यधिक दूषित जल को, जिसमें भारी रसायनों के साथ कार्बनिक पदार्थ (लिग्निन) सोडियोलिग्नेट के रूप में रहता है, पृथक करके पुनः रसायन प्राप्ति इकाई (रिकवरी यूनिट) में भेजा गया। इसके बाद बचे हुए अशुद्ध जल की मात्रा को एक एकल जलशोधक संयंत्र में एकत्रित किया गया एवं जल का विश्लेषण अन्तर्राष्ट्रीय मानक विधि (TAPI)[1] भारतीय मानक विधि[2] से किया गया (परिणाम सारणी 1 में दर्शाये गये हैं)। इसी परिणाम के अनुसार जल को विभिन्न चरणों में शुद्ध करने की प्रक्रियाओं से गुजारने के दौरान उसमें से ऊपर तैरने वाली अशुद्धियों तथा अन्य अशुद्धियों को अलग किया गया। फिर इसमें रहने वाली सभी अशुद्धियों को दूर करने के लिये इस जल को 44 मीटर व्यास वाले प्राथमिक निर्मलीकारक संयंत्र में भेजकर इसमें उपस्थित ठोस निलम्बित अशुद्धियों को दूर किया गया। प्राथमिक निर्मलीकारक टैंक में से बहकर आने वाले जल को लगभग 3½ घन्टे का समय लगता है। इस प्रकार प्राप्त जल का पुनः विश्लेषण मानक विधि से किया गया (परिणाम सारणी 1 में अंकित हैं)। यह जल शुद्धता की दृष्टि से पूर्णतः शुद्ध तो नहीं होता, किन्तु अंशतः शुद्ध हो जाता है। इस जल को जल में उपस्थित जीवों को जीवित बनाये रखने के लिये

सारणी 1

वहि: जल एवं निर्मलीकृत जल का विश्लेषण

विवरण	हाइड्रोजन पोटेंसी	निलम्बित ठोस	रंग प्लेटिनम इकाई	रासायनिक ऑक्सीजन	जीव रासायनिक ऑक्सीजन मांग	ताप
बहिर्वाह	8-9	450-600	1410	1250	560	40
प्राथमिक निर्मलीकृत	7.5-8	140-150	580	300 से 350	100-150	38
द्वितीयक निर्मलीकृत	7-7.5	50-75	180	250	50-80	30

सारणी 2

प्राथमिक निर्मलीकृत जल द्वारा सिंचित मृदा का प्रयोगात्मक विश्लेषण

क्रमांक संख्या	प्रदर्श लेने का दिनांक	मृदा का प्रकार	हाइड्रोजन पोटेंसी	विद्युच्चालकता	कार्बनिक कार्बन	उपलब्ध फास्फोरस	उपलब्ध पोटाश
*1.	12.6.85	दोमट	7.5	1.1 सामान्य	उच्च	1 से कम	2.48 मध्यम
2.	28.10.86	दोमट	8.0	0 8 सामान्य	उच्च	1 से कम	3.28 उच्च
3.	20.3.87	दोमट	8.0	0.8 सामान्य	मध्यम उच्च	1 से कम	4.16 उच्च
4.	18.10.87	दोमट	7.8	0.9 सामान्य	उच्च	1 से कम	4.61 उच्च
5.	20.5.88	दोमट	7.8	1.0 सामान्य	उच्च	1 से कम	3.25 उच्च

* प्रयोग शुरू के पूर्व परीक्षण.

सारणी 3

प्राथमिक निर्मलीकृत जल द्वारा सिंचित खेत में खाद्यान्न पैदावार का विवरण

खाद्यान्न	खाद्यान्न की किस्म	सिंचाइयों की संख्या	फसल बोने से काटने तक का समय (दिनों में)	खाद्यान्न का उत्पादन मी० टन में		खाद एवं उर्वरक की मात्रा			कीट नाशक दवाओं के छिड़काव
				अन्न	भूसा	देशी खाद बैलगाड़ी	डाई अमोनियम फास्फेट (कि० ग्रा०)	यूरिया (कि० ग्रा०)	(बार)
धान	बासमती	8	145	0.95	1.75	10	40-45	30-35	3
	सामान्य मसूरी	8	105	1,42	1,85	10	40-45	30-35	3
	पाकिस्तानी बासमती	8	140	1.01	1.15	10	40-45	30-35	3
गेहूँ	आर० आर०-21	4	100	2,68	3.4	5	35-45	40-45	1
	306	4	95	2.12	3.2	5	30-40	40-45	1
	308	4	105	2.42	3.2	5	30-40	40-45	1
धान	टाइप 1	2	90-95	2.69	2,6	3	30-35	20-25	2
	टाइप 3	2	90-95	2.42	2.4	3	30-35	20-25	2

इसमें पोषण पदार्थ (यूरिया एवं फास्फेट) डालने के बाद एक ऐसे टैंक में ले जाया गया, जिसमें सतत् वायु प्रवाह बनाये रखा गया था। यह टैंक "एरीटर टैंक" कहलाता है।

इस टैंक में प्राथमिक निर्मलीकृत जल को 8½ घन्टे तक रखा गया। चूंकि यह प्रक्रिया निरन्तर चलती रहती है, अत: 8½ घन्टे बाद पुन: नया जल आ जाता है। अब तक उसमें रहने वाला जल ऊपर बहकर द्वितीयक निर्मलीकारक टैंक मे चला जाता है।

प्राथमिक निर्मलीकारक एवं द्वितीयक निर्मलीकारक टैंक में निचली सतह पर एकत्र अवपंक (जिसमें ठोस अशुद्धियाँ सर्वाधिक मात्रा में होती है) को जालीदार यंत्र (फिल्टर) पर लेकर अवपंक को पृथक कर दिया गया। अत: द्वितीयक निर्मलीकृत जल पूर्ण रूप से शुद्ध होता है, जिसे किसी समीपवर्ती प्रवाहशील नदी, नाले में प्रवाहित कर दिया जाता है। प्रवाहशीलता के कारण बहि: जल बहुत तनु हो जाता है।

अध्ययन के लिये प्राथमिक निर्मलीकृत जल को प्राथमिक निर्मलीकारक टैंक से प्राप्त किया गया। फिर इसका उपयोग कृषि कार्य में सिंचाई के लिए किया गया। इसकी उपयोगिता परखने के लिए नैनीताल जिले में पन्तनगर के पास एक 5 एकड़ भूमि को चुना गया तथा भूमि का मृदा परीक्षण भारतीय मानक विधि[3] से किया गया (परिणाम सारणी 2 में अंकित हैं)। प्राथमिक निर्मलीकारक जल के द्वारा इस भूमि को सिंचित किया गया एवं उसमें समयानुसार चना, गेहूँ एवं धान की फसलें क्रमश: बोयी गयीं। बीज पंत नगर कृषि विश्व विद्यालय से प्रमाणित किये जाने के उपरान्त बोये गये। धान, गेहूँ एवं चने की विभिन्न किस्म की फसलें, जिसमें सामान्य मंसूरी, बासमती, पाकिस्तानी मंसूरी, आर० आर० 21, 306, 308, एवं टाईप 1 व टाईप 2 सम्मिलित हैं बोयी गयीं। प्रत्येक फसल की सिंचाई हेतु आवश्यक जल, खाद, तथा कीटनाशक का अनुपात एवं इससे प्राप्त अन्न की मात्रा सम्बन्धी पूर्ण विवरण सारणी 3 में दर्शाये गये हैं। प्रत्येक फसल की कटाई के बाद मृदा का परीक्षण किया गया, जिसका विवरण सारणी 2 में दिया गया है।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 3 से यह देखा जा सकता है कि धान, गेहूँ एवं चने की फसल जो कि प्राथमिक निर्मलीकृत जल द्वारा अभिसिंचित की गई उससे लगभग एक से दो टन प्रति एकड़ के बीच पैदावार प्राप्त हुई, जो कि सामान्य जल द्वारा सिंचित पैदावार के लगभग बराबर रही। इस तरह कागज उद्योग द्वारा निर्गमित प्राथमिक निर्मलीकृत दूषित जल का सदुपयोग किया गया।

प्रत्येक फसल की कटाई के उपरांत मृदा परीक्षण के प्रेक्षणों के आधार पर प्राप्त परिणाम बताते हैं कि मिट्टी के संघटन तथा उर्वरता पर इस दूषित जल का कोई कुप्रभाव नहीं पड़ा।

उपर्युक्त प्रक्रिया के द्वारा पर्यावरण प्रदूषण के खतरे से बचा जा सकेगा। साथ ही द्वितीयक निर्मलीकारक टैंक तथा एरीएटर पर पड़ने वाले कार्यभार को कम किया जा सकेगा जिससे विद्युत ऊर्जा की खपत कम होगी एवं आर्थिक लाभ भी होगा।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखकगण इस शोध प्रपत्र के कार्य के लिए लुगदी एवं कागज संस्थान, नैनीताल तथा प्रो० एच० एन० सिलाकारी, प्राचार्य, एस० ए० टी० आई०, विदिशा के प्रति हार्दिक कृतज्ञता ज्ञापित करते हुए आभार प्रकट करते हैं जिनकी प्रेरणा से यह अध्ययन सम्भव हो पाया है।

निर्देश

1. टेक्निकल एसोसियेशन ऑफ पल्प एण्ड पेपर इंडस्ट्री न्यूयार्क ओफीसियल स्टैण्डर्ड्स-टी-1980.
2. भारतीय मानक IS 2408, Part (V), 1984.
3. भारतीय मानक IS 2720, Part 25, 26, 27, 1987.
4. शुक्ला, आर० एन०, तथा शुक्ला, मृदुल, वै० औ० अ० प० 1/43/89/743.

Vjnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 3, 1991

भारतीय उपमहाद्वीप में ग्लूकोनाइट खनिज : एक भूवैज्ञानिक विवेचना

राय अवधेश कुमार श्रीवास्तव
वाडिया हिमालय भूविज्ञान संस्थान, देहरादून

[प्राप्त—मार्च 4, 1991]

सारांश

ग्लूकोनाइट, K Mg (Fe, Al) $(SiO_3)_6$. 3 H_2O, एक द्विअष्टफलकीय एवं सूक्ष्मक्रिस्टली अवसादी खनिज है। इसके संघटन, क्रिस्टल संरचना, प्राप्ति तथा जनन प्रक्रियाओं में उल्लेखनीय विविधता पायी जाती है। ग्लूकोनाइट की उपस्थिति सामान्यत: विश्व के सभी महाद्वीपों में प्रिकैम्ब्रियन से अभिनव काल तक के अवसादी शैलों में पाई गई है। परन्तु ऐन्टार्कटिक महाद्वीप इसका अपवाद है जहाँ से ग्लूकोनाइट की उपस्थिति के विषय में अभी तक कोई सूचना नहीं है। वैसे क्रिटेशियस तथा टरशियरी आयु के अवसादों में ग्लूकोनाइट का विश्वव्यापी गहन वितरण विशेष उल्लेखनीय है।

सामान्यत: ग्लूकोनाइट की उत्पत्ति छिछले सागरीय पर्यावरण में विभिन्न सूक्ष्म भौतिक-रासायनिक प्रक्रियाओं द्वारा होती है परन्तु इसके विपरीत गम्भीर सागरीय, सरोवरी तथा जलोढ़ी पर्यावरण में जनित ग्लूकोनाइट के भी उदाहरण मिलते हैं। यह खनिज अवसादी शैलों में तत्रजनित, परिजनित या अन्यत्रजनित हो सकता है। आज भी ग्लूकोनाइट का जनन विश्व के विभिन्न महासागरों के महाद्वीपीय शेल्फों में हो रहा है।

ग्लूकोनाइट खनिज की सार्थकता दिन प्रति दिन विभिन्न भूवैज्ञानिक गवेषणाओं में बढ़ती ही जा रही है। भूविदों का विश्वास है कि ग्लूकोनाइट की उपस्थिति अवसादन-बेसिन के पुरापर्यावरण, अनुगभीरी पर्वतन तथा पुराभौगोलिक कथा को इंगित करने में पूर्णत: सक्षम है। ग्लूकोनाइट का उपयोग स्तृतीय सहसम्बन्धन तथा विषमविन्यास की उपस्थिति को परिलक्षित करने में भी किया गया है। पेट्रोलियम-भूविदों के लिए तो ग्लूकोनाइट वरदान है।

वैसे तो ग्लूकोनाइट के सम्बन्ध में अन्तर्राष्ट्रीय स्तर पर पिछले दशकों में महत्वपूर्ण शोध गतिविधियाँ चलती रही हैं। परन्तु शोध का प्रमुख लक्ष्य ग्लूकोनाइट की उत्पत्ति तथा ग्लूकोनाइटधारक

अवसादी शैलों का K/Ar, Rb/Sr तथा FT विधियों से आयु सम्बन्धी गवेषणाओं का क्षेत्र ही रहा है। इसके साथ ही कुछ वैज्ञानिकों का ध्यान ग्लूकोनाइट की औद्योगिक एवं व्यावहारिक उपयोगिता की ओर भी आकर्षित हुआ है। जल प्रदूषण की समस्या के समाधान, रेडियोधर्मी कचरा पदार्थों के निस्यंदन तथा पोटाश उर्वरक के रूप में ग्लूकोनाइट की उपयोगिता पर शोधकार्य हो रहे हैं तथा उत्साहवर्धक परिणाम भी प्राप्त हुए हैं।

भारतीय उपमहाद्वीप ग्लूकोनाइट खनिज की भौगोलिक एवं अश्म-स्तृतीय वितरण की दृष्टि से महत्वपूर्ण है। सम्भवतः यहाँ विश्व के प्राचीनतम ग्लूकोनाइटधारक अवसाद पाखल; विन्ध्य, भीमा तथा निम्न हिमालय बेसिनों (प्रिकैम्ब्रियन) में विगोपित हैं। कैम्ब्रियन काल के ग्लूकोनाइट विन्ध्य तथा हिमालय के स्पिती तथा उपरि ताल क्वार्ट्जाइट शैलसमूहों से प्राप्त हुए हैं। परन्तु भारतीय उपमहाद्वीप के आरडोविशियन से परमियन काल तक के अवसादी शैलों में ग्लूकोनाइट की उपस्थिति के विषय में कोई सूचना प्रकाशित नहीं है। ऐसा प्रतीत होता है कि भारतीय उपमहाद्वीप में यह लम्बी अवधि ग्लूको-नाइट जनन के लिए उचित पर्यावरण उपलब्ध करने में समर्थ नहीं रही है तथा इस काल की पुरा-भौगोलिक परिस्थितियों का ग्लूकोनाइट की अनुपस्थिति में विशेष भूमिका भी रही है। कालान्तर में ग्लूकोनाइट की उपस्थिति ट्रायशिक काल में हिमालय के जान्सकार क्षेत्र के जांगला अवसादों में प्राप्त होती है। जुरैसिक काल में भी ग्लूकोनाइटधारी अवसादी संस्तरों का अभाव है।

भारतीय उपमहाद्वीप में ग्लूकोनाइट जनन के लिए क्रिटेशियस तथा इओसिन काल विशेष रूप से महत्वपूर्ण रहे हैं। इस महाद्वीप के भूगतिक उद्भव में इस अवधि का अपना योगदान रहा है। भारतीय प्लेट का उत्तर दिशा में अपवहन तथा टेथिज सागर का विलोप एवं यूरेशियन प्लेट से संघटन, हिमालय का उद्भव तथा अन्य विवर्तनिक एवं पुराभौगोलिक परिवर्तन इस अवधि की विशेषताएँ रही हैं। ऐसे गतिशील पर्यावरण में क्रिटेशियम काल के ग्लूकोनाइटधारक अवसादी शैल भारतीय प्रायद्वीप के लमेटा (जबलपुर), भुज शैल समूह (कच्छ) तथा हिमालय के ग्यूमल बालुकाश्म (स्पिती), निदार ओफियोलाइट (लद्दाख), फिलश अवसाद (मल्ला जोहार कुमाऊँ), शैल चूनाश्म (गढ़वाल), पश्चिमी कोहट तथा साल्टरेंज के बालुकाश्म संस्तरों में विद्यमान है। इओसिन काल के ग्लूकोनाइटी अबसाद असम के सिलहट चूनाश्म, खासीजयन्तिया क्षेत्र के महादेक बालुकाश्म, दक्षिण-पश्चिमी कच्छ के शैल संस्तर तथा हिमालय में शिमला क्षेत्र के सुबाथू चूनाश्मों में मिलते हैं। अतः क्रिटेशियस-इओसीन काल में हिमालय की अश्म विवर्तनिकी की विवेचना में ग्लूकोनाइट की महत्वपूर्ण भूमिका पर शोध की विशिष्ट सम्भावनाएँ विद्यमान हैं। यहाँ पर यह उल्लेखनीय है कि लेखक ने ग्लूकोनाइट की उपस्थिति के आधार पर हिमालय में मध्य क्रिटेशियस (आस्ट्रीयन) पर्वतन क्रिया को स्थापित करने में सफलता प्राप्त की है।

भारतीय उपमहाद्वीप में ओलिगोसीन तथा मायोसीन काल में भी ग्लूकोनाइट की उपस्थिति मिलती है। दक्षिण-पश्चिम कच्छ (ओलिगोसीन) तथा केरल में विगोपित निम्न मायोसीन काल का क्यूलोन चूनाश्म इसके उदाहरण हैं। अभिनव काल में ग्लूकोनाइट का जनन केरल के सागरीय शैल्फ क्षेत्र में होने के भी प्रमाण प्राप्त हुए हैं।

पिछले एक दशक में भारतीय भूविदों का ध्यान विशेषत: ग्लूकोनाइट की आकृति-वर्णना, खनिजकी उत्पत्ति तथा आयु सम्बन्धी समस्याओं पर गया है। परन्तु राष्ट्रीय विकास हेतु ग्लूकोनाइट पर व्यावहारिक शोध आज की हमारी प्राथमिकता होनी चाहिये।

प्रस्तुत शोध-पत्र में लेखक ने भारतीय उपमहाद्वीप में ग्लूकोनाइट खनिज की बाह्य आकृति, रासायनिक विश्लेषण, उत्पत्ति से सम्बन्धित विभिन्न भूगतिक समस्याओं तथा तथ्यों की विवेचना प्रस्तुत की है। साथ ही ग्लूकोनाइट खनिज की भूवैज्ञानिक अध्ययनों में सार्थकता राष्ट्रीय विकास में ग्लूकोनाइट पर आधारित उद्योगों की सम्भावनाओं को भी प्रस्तुत किया गया है।

Abstract

Mineral glauconite in the Indian subcontinent : A geological interpretation. *By* R. A. K. Srivastava, Wadia Institute of Himalayan Geology, Dehra Dun.

Glauconite, K Mg (Fe, Al) $(SiO_3)_6 \cdot 3 H_2O$, is dioctahedral and microcrystalline sedimentary mineral. Much variations have been found in its composition, crystal structure, genesis and depositional environments. Glauconite is generally found in all the continents of the globe, preserved in the sediments ranging from Precambrian to Recent in age. Antarctica is an exception from where no report on the occurrence of glauconite is presently avialable. Special mention of the distribution of glauconite in the sediments of Cretaceous and Tertiary ages can be made from all over the world.

The mineral glauconite is generally formed by different sets of physico-chemical processes in shallow marine environment but besides this the reports of the genesis of glauconite from deep marine, lacustrinal and fluvial environments are also there. This mineral may be allogenic, perigenic and authegenic in origin in the sedimentary rocks. Even today the genesis of glauconite is continuing in the shelf zones of different oceans of the world.

The importance of glauconite is increasing day by day in different types of geological investigations. It is believed that the presence of glauconite in the sedimentary rocks is helpful in understanding the palaeoenvironment, burial, orogenic movments and palaeogeography of the depositional basin. Glauconite has also been used for stratigraphic correlations and in identifying the unconformities etc. Mineral glauconite has proved as a boon for the petroleum geologists.

Important researeh activities on the mineral glauconite is in progress from the last decade. On international level, main attention has been focussed on the origin and age determinations of glauconite bearing sediments by K/Ar, Rb/Sr and FT methods. Along with this, a few investigations have also been done on the industrial utilization

of glauconite. Encouraging results have been obtained in solving the water pollution, radioactive waste treatment and production of potash fertilizer with the help of this mineral.

The Indian subcontinent is very important from the viewpoint of the geographic and litho-stratigraphic distribution of glauconite. Perhaps the oldest glauconite-bearing sediments of the globe are exposed in the Pakhal, Vindhyan, Bhima and Lesser Himalayan basins (Precambrian) of India. The glauconites of Cambrian age are found in Vindhyan and Spiti and Upper Tal Quartzite formations of Himalaya. The sedimentary sequences of Ordovician to Permian times do not contain glauconite in the Indian subcontinent. . It seems that the environment and the palaeogeographic conditions were not favourable for glauconite genesis during these times. The glauconite is reported from the Jangla sediments of Zanskar Himalaya which is assigned a Triassic age. The glauconite-bearing sediments are also rare in the Jurassic sediments of this subcontinent.

The Cretaceous and Eocene are the most important periods for the genesis of glauconite in the India subcontinent.

The Indian geologists have largely concentrated, during the last decades on the morphology, genesis and problems related with age determinations of the mineral glauconite. Investigations on the applied aspects and industrial utility of glauconite have not been given much attention.

'ग्लूकोनाइट' शब्द एक विशेष अवसादी खनिज स्पीशीज का परिचायक है। इस द्विअष्टफलकीय, सूक्ष्मक्रिस्टली, जलयोजित लौहधनी अभ्रकीय मृत्तिका खनिज के रासायनिक सूत्र को K Mg (Fe Al) $(SiO_3)_6 \cdot 3H_2O$ के रूप लिखा जा सकता है। इस खनिज के संघटन, क्रिस्टल संरचना, प्राप्ति तथा जनन प्रक्रियाओं में उल्लेखनीय विविधता पायी जाती है। सामान्यतः यह खनिज अप्रसारी 10 Å परतों एवं प्रसारी मोन्टमोरिलोनाइटी परतों के अनियमित अन्तःस्तरण को परिलक्षित करता है। ऐसी स्थिति में प्रसारी परतों की मात्रा 50 प्रतिशत से अधिक भी हो सकती है परन्तु "ग्लूकोनाइट" शब्द उन्हीं खनिजों के लिए प्रयोग में लाया जाता है जिनमें प्रसारी परतों की मात्रा 10 प्रतिशत से भी कम हो। इस प्रकार प्रसारी परतों की मात्रा में प्राप्त होने वाली विसंगतियाँ ग्लूकोनाइट खनिज के विभिन्न गुणों यथा रासायनिक संघटन (विशेषतः पोटैशियम की मात्रा), तापीय गुण, धनायन विनिमय धारिता, रंग, अपवर्तनांक तथा आपेक्षिक घनत्व इत्यादि की व्याख्या करने में उपयोगी सिद्ध होती है।[14]

ऐसा विश्वास किया जाता है कि ग्लूकोनाइट खनिज का जनन एक निम्न लैटिस चार्ज वाले निम्नीकृत परत सिलिकेट लैटिस द्वारा पोटैशियम तथा लौह के प्रगामी अवशोषण तथा अन्य सिलिकेट लैटिस किस्मों के विलोपन की प्रक्रिया द्वारा होता है। यह सम्पूर्ण प्रक्रिया एक उचित पर्यावरण में सम्पन्न होती है जिसमें सबसे महत्वपूर्ण रेडाक्स विभव है। ऐसी स्थिति में सागरीय जीवों द्वारा उत्प्रेरक क्रिया

उतनी आवश्यक नहीं परन्तु क्षयमान कार्बनिक पदार्थ तथा फोरामेनीफेरा के रिक्त चोले ग्लूकोनाइट जनन के लिए उचित पर्यावरण को उत्पन्न करने में सहायक सिद्ध होते हैं। ग्लूकोनाइटीभवन की क्रिया द्रुतगति के अवसादन से अवरोधित होती है और यही कारण है कि मातृशैल की प्रकृति तथा ग्लूकोनाइट खनिज की किस्मों में एक सहज सम्बन्ध प्राप्त होता है।

ग्लूकोनाइट खनिज पर पिछले एक-दो दशकों में अन्तर्राष्ट्रीय स्तर पर महत्वपूर्ण शोध कार्य हुए हैं। ओडिन तथा मैटर[2] द्वारा ग्लूकोनाइट की उत्पत्ति के सम्बन्ध में किये गये शोध से ज्ञात हुआ है कि यह खनिज एक श्रृंखला का निर्माण करता है जिसके अन्तिम छोर के सदस्यों के रूप में ग्लूकोनाइट सेमेक्टाइट तथा ग्लूकोनाइट माइका प्राप्त होते हैं। इसी प्रकार ग्लूकोनाइट के जनक पदार्थ भिन्न-भिन्न प्रकार के कण हो सकते हैं जिनकी श्रेणी फोरामेनीफेरा के रिक्त चोलों से शैलखण्डों तक फैली है। इन्हीं वैज्ञानिकों के मतानुसार ग्लूकोनाइटीभवन की क्रिया का नियन्त्रण अतिविशिष्ट सूक्ष्म पर्यावरणीय परिस्थितियों तथा खुले सागरीय जल में आयन-विनिमय प्रक्रिया के सम्मिलित प्रभाव द्वारा होता है। सामान्यतः ग्लूकोनाइट का निर्माण लौह तथा पोटैशियम की प्रचुर उपलब्धि पर निर्भर करता है। इसी सन्दर्भ में कैम्पर[4] के मतानुसार "सागरीय अतिक्रमण" तथा "अवसादन की धीमी दर" ग्लूकोनाइट की उत्पत्ति के लिए आवश्यक नहीं है। उनके अनुसार यह विचार मात्र भ्रम है जो भूविदों में वर्षों से व्याप्त है। कैम्पर के अध्ययनों से यह भी ज्ञात हुआ है कि ग्लूकोनाइट की उत्पत्ति के लिए पेलैजिक स्थितियों का होना अनिवार्य है। इसके अतिरिक्त यह भी ध्यान देने योग्य तथ्य है कि सिलिकामय जीव, ग्लूकोनाइट तथा फास्फोराइट एक दूसरे से अनुवांशिक रूप से सम्बन्धित हैं एवं ग्लूकोनाइट, फास्फोराइट तथा मोन्टमोरिलोनाइट की उत्पत्ति के मध्य निकटवर्ती सम्बन्ध है। ओरकेनीवोन्डर (1982) के अनुसार भी अवसादन की धीमी दर, कण साइज तथा कैल्सियमी अंश ग्लूकोनाइट जनन में कोई विशेष महत्व नहीं रखते। बर्गमडसन (1983) के अनुसार उच्च ऐल्यूमिना धारक (10 प्रतिशत से अधिक) ग्लूकोनाइट का जनन ठण्डे जल में होता है।

इसके अतिरिक्त ग्लूकोनाइट की उत्पत्ति के सम्बन्ध में मैंकोंचो इत्यादि[15] द्वारा मेसाबार गवेषणा अत्यन्त महत्व की है। इन वैज्ञानिकों के मतानुसार ग्लूकोनाइट जनन की प्रक्रिया एक निम्नीकृत फाइलोसिलिकेट संरचना से प्रारम्भ होती है। जनक पदार्थ एक तत्रजात या एक अपरदी खनिज हो सकता है जो सागरीय जैविक क्रियाओं द्वारा अंशतः निम्नीकृत हुआ हो। इस संरचना में अत्यधिक चार्ज होता है जो पोटैशियम, सोडियम, कैल्सियम एवं विशेषतः मैग्नीशियम धनायन द्वारा अस्थाई रूप से निष्प्रभावित किया जाता है। इस संरचना में निष्प्रभावित धनायन को विस्थापित करके फेरस आयन में रूप में लौह का पदार्पण होता है। तदन्तर कुछ अंश तक यह अष्टफलकीय फेरिक आयन में आक्सीकृत हो जाता है। चूंकि फेरस आयन की सान्द्रता बहुत कम होती है इस कारण इस संरचना में आवश्यक आयन का प्रवेश तब तक चालू रहता है जब तक कि सम्पूर्ण व्यवस्था सन्तुलन की स्थिति को प्राप्त नहीं हो जाती। ऐसी स्थिति में पूरा का पूरा फेरस आयन आक्सीकृत नहीं हो पाता। अतः ग्लूकोनाइटीभवन की प्रक्रिया समुचित परिवर्तन की स्थिति में अस्थाई या स्थाई रूप से रुक जाती है तथा लौह का प्रवेश अल्प से अल्पतम होता जाता है या फिर अष्टफलक के सभी स्थान पूर्णतः भर जाते हैं।

इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि ग्लूकोनाइट की उत्पत्ति छिछले सागरीय पर्यावरण में विभिन्न सूक्ष्म भौतिक-रासायनिक प्रक्रियाओं द्वारा होती है परन्तु इसके विपरीत गहरे सागरीय, सरोवरी तथा जलोढ़ी पर्यावरण में जनित ग्लूकोनाइट के उदाहरण भी मिलते हैं। यह खनिज अवसादी शैलों में तत्र-जनित, परिजनित या अन्यत्र हो सकता है। आज भी ग्लूकोनाइट का जनन विश्व के विभिन्न महासागरों के महाद्वीपीय शेल्फों में हो रहा है।

ग्लूकोनाइट की उपस्थिति सामान्यतः विश्व के सभी महाद्वीपों में प्रिकैम्ब्रियन से अभिनव काल तक के अवसादी शैलों में पाई गई है परन्तु ऐन्टार्टिक महाद्वीप इसका अपवाद है जहाँ से ग्लूकोनाइट की उपस्थिति के विषय में अभी कोई सूचना नहीं है। वैसे क्रिटेशियस तथा टरशियरी आयु के अवसादों में ग्लूकोनाइट का विश्वव्यापी गहन वितरण उल्लेखनीय है।

ग्लूकोनाइट खनिज की सार्थकता दिन प्रतिदिन विभिन्न भूवैज्ञानिक गवेषणाओं में बढ़ती ही जा रही है। भूविदों का विश्वास है कि ग्लूकोनाइट की उपस्थिति अवसादन बेसिन के पुरापर्यावरण, अनुगभीरी, पर्वतन तथा पुराभौगोलिक कथा को इंगित करने में पूर्णतः सक्षम है। ग्लूकोनाइट का उपयोग स्तृतीय संहसम्बन्धन[11], [20] तथा विषमविन्यास की उपस्थिति[8] [11] [23] को परिलक्षित करने में भी किया गया है। पेट्रोलियम-भूविदों के लिए तो ग्लूकोनाइट वरदान सदृश्य है [18]।

वैसे तो ग्लूकोनाइट के सम्बन्ध में अन्तर्राष्ट्रीय स्तर पर पिछले दशकों में महत्वपूर्ण शोधगतिविधियाँ चलती रही हैं परन्तु शोध का प्रमुख लक्ष्य ग्लूकोनाइट की उत्पत्ति तथा ग्लूकोनाइटधारक अवसादी शैलों का K/Ar, Rb/Sr तथा FT विधियों से आयु सम्बन्धी गवेषणाओं का क्षेत्र ही रहा है[1, 5, 3, 16, 36], K/Ar विधि के लिए[6, 34, 35] Rb/Sr विधि के लिए तथा[17] FT विधि के लिए]।

इसके अतिरिक्त कुछ वैज्ञानिकों का ध्यान ग्लूकोनाइट की औद्योगिक एवं व्यावहारिक उपयोगिता की ओर भी आकर्षित हुआ है। जल प्रदूषण की समस्या के समाधान[31], रेडियोधर्मी कचरा पदार्थों के निस्यंदन[32] तथा पोटाश उर्वरक के रूप में ग्लूकोनाइट की उपयोगिता पर शोधकार्य हो रहे हैं तथा उत्साहवर्धक परिणाम भी प्राप्त हुए हैं। वैसे तो ग्लूकोनाइट खनिज-निक्षेप आज समुचित आर्थिक महत्व प्राप्त नहीं कर सके हैं परन्तु ग्लूकोनाइटधारी शैलों से निर्मित मिट्टी में अत्यधिक उर्वराशक्ति पायी गयी है।

जहाँ तक भारतीय उपमहाद्वीप में ग्लूकोनाइट खनिज की भौगोलिक एवं अश्म-स्तृतीय वितरण (चित्र 1) तथा शोध सम्भावनाओं का प्रश्न है, वह भूवैज्ञानिक दृष्टिकोण से अति महत्वपूर्ण है। संभवतः यहाँ विश्व के प्राचीनतम ग्लूलोनाइटधारक अवसाद पाखल, विन्ध्य, भीमा तथा निम्न हिमालय बेसिनों (प्रिकैम्ब्रियन) में विगोपित हैं। कैम्ब्रियन काल के ग्लूकोनाइट हिमालय के स्पिती तथा उपरि ताल क्वार्ट्जाइट शैलसमूहों से प्राप्त हुए हैं। परन्तु भारतीय उपमहाद्वीप के आरडोविशियन से परमियन काल तक के अवसादी शैलों में ग्लूकोनाइट की उपस्थिति के विषय में अभी तक कोई सूचना प्रकाशित नहीं है। यह एक महत्वपूर्ण तथ्य है जिस पर शोध की प्रचुर सम्भावनाएँ विद्यमान हैं। कालान्तर में ग्लूको-

नाइट की उपस्थिति ट्रायसिक काल में हिमालय के जान्सकार क्षेत्र के जांगला अवसादों में प्राप्त होती है। जुरैसिक काल में ग्लूकोनाइटधारी अवसादी संस्तरों का अभाव है।

भारतीय उपमहाद्वीप में ग्लूकोनाइट जनन के लिए क्रिटेशियस तथा इओसीन काल विशेष रूप से महत्वपूर्ण रहे हैं। इस महाद्वीप के भूगतिक उद्भव में इस अवधि का अपना विशेष स्थान रहा है। भारतीय प्लेट का उत्तर दिशा में अपवहन तथा टेथिज सागर का विलोप एवं यूरेशियन प्लेट से संघट्टन, हिमालय का उद्भव तथा अन्य विवर्तनिक एवं पुराभौगोलिक परिवर्तन इस अवधि की विशेषताएँ रही हैं। ऐसे गतिशील पर्यावरण में क्रिटेशियस काल के ग्लूकोनाइटधारक अवसादी शैल भारतीय प्रायद्वीप के लमेटा (जबलपुर) एवं भुज शैलसमूह (कच्छ) तथा हिमालय के ग्यूमल बालुकाश्म (स्पिती) ट्रांस-समदो-निदार ओफियोलाइट (लद्दाख), फिलरा अवसाद (मल्लाजोहार, कुमाऊँ), शैल चूनाश्म (गढ़वाल), पश्चिमी कोहट तथा साल्ट रेन्ज के बालुकाश्म संस्तरों में विद्यमान हैं। इओसीन काल के ग्लूकोनाइटी अवसाद असम के सिलहट चूनाश्म, खासी-जयन्तिया क्षेत्र के महादेक बालुकाश्म, दक्षिण-पश्चिमी कच्छ के सेल संस्तर तथा हिमालय में शिमला क्षेत्र के सुबाथू चूनाश्मों में मिलते हैं। अतः क्रिटेशियस-इयोसीन काल में हिमालय की अश्म विवर्तनिकी की विवेचना में ग्लूकोनाइट की भूमिका पर शोध की विशिष्ट सम्भावनाएँ विद्यमान हैं।

भारतीय उपमहाद्वीप में ओलिगोसीन तथा मायोसीन काल में भी ग्लूकोनाइट की उपस्थिति मिलती है। दक्षिण-पश्चिमी कच्छ का गौर नाला सेक्शन (ओलिगोसीन) तथा केरल में विगोपित निम्न मायोसीन काल का क्यूलोन चूनाश्म इसके उदाहरण हैं। अभिनव काल में ग्लूकोनाइट का जनन केरल के सागरीय शेल्फ क्षेत्र में होने के भी प्रमाण प्राप्त हुए हैं।

पिछले एक दशक में भारतीय भूविदों का ध्यान ग्लूकोनाइट की वाह्य आकृति, जनक पदार्थ तथा उत्पत्ति पर्यावरण की ओर अधिक रहा है परन्तु शोध के कई एक महत्वपूर्ण आयाम अभी तक भी अछूते ही हैं।

ग्लूकोनाइट की वाह्य आकृति

ग्लूकोनाइट खनिज की वाह्य आकृति तथा इसकी किस्मों पर प्रचुर साहित्य उपलब्ध है। ऐसा विश्वास किया जाता है कि इस खनिज की वाह्य आकृति इसकी उत्पत्ति में सहायक विभिन्न भौतिक-रासायनिक प्रक्रियाओं तथा शैलीभवन की विभिन्न अवस्थाओं को समझने में पूर्णतः सहायक है। अतः ग्लूकोनाइट की वाह्य आकृति का अध्ययन करने के लिए शैलकीय सूक्ष्मदर्शी के अतिरिक्त क्रमवीक्षण इलेक्ट्रॉन सूक्ष्मदर्शी का प्रयोग अत्यन्त अपेक्षित है। इसके साथ ही विभिन्न प्रकार के शैल प्रतिदर्शों से ग्लूकोनाइट खनिज को पृथक करने की विधियों पर भी ध्यान देना अत्यन्त आवश्यक है। इसके लिए ग्लूकोनाइट के आपेक्षिक घनत्व तथा चुम्बकीय प्रवृत्तियों पर विशेष ध्यान देने की आवश्यकता है।

ग्लूकोनाइट खनिज की अन्तःसंरचना

ग्लूकोनाइट खनिज की विभिन्न वाह्य आकृतियों के साथ विभिन्न प्रकार की अभिलक्षणी अन्तः

संरचनाएँ उपस्थित हो सकती हैं जिनका सीधा सम्बन्ध इसकी उत्पत्ति तथा खनिजकी (संगटन) से हो सकता है। अतः ग्लूकोनाइट की वाह्य आकृति के साथ-साथ इसकी अन्तः संरचना (गठन) को भी समझना आवश्यक है। इस दिशा में शैलकीय सूक्ष्मदर्शी के अतिरिक्त क्रमवीक्षण इलेक्ट्रान सूक्ष्मदर्शी विशेष उपयोगी सिद्ध होगा।

ग्लूकोनाइट की सही पहचान

अवसादी शैलों में प्राप्त होने वाला प्रत्येक हरे रंग का खनिज ग्लूकोनाइट ही नहीं होता। ग्लूकोनाइट की उससे मिलते-जुलते खनिजों से पहचान करना भी कभी-कभी एक समस्या बन जाती है। इस स्थान पर इस तथ्य का उल्लेख करना आवश्यक प्रतीत होता है कि ग्लूकोनाइट का प्रमुख अभिलक्षणी प्रकाशीय गुण इसका अपवर्तनांक है जो कि सामान्यतः 1.56 से 1.64 तक ही होता है। यह अपवर्तनांक ग्लूकोनाइट खनिज के रासायनिक तथा खनिजीय गुणों, विशेषतः $Fe_2 O_3$ की प्रतिशत मात्रा तथा खनिज में विद्यमान प्रसारी परतों की प्रतिशत मात्रा, पर निर्भर करता है। अतः ग्लूकोनाइट खनिज की सही पहचान के लिए उसके अन्य प्रकाशीय गुणों के साथ-साथ अपवर्तनांक को अवश्य ही ज्ञात करना चाहिये। इसके अतिरिक्त इसकी पुष्टि एक्स-किरण विश्लेषण अवरक्त अध्ययन तथा विभेदक तापीय विश्लेषण द्वारा प्राप्त आँकड़ों से भी कर लेना चाहिए। इस प्रकार किये गये इन विश्लेषणों के माध्यम से ग्लूकोनाइट खनिज की क्रिस्टलीय संरचना को समझने में सहायता मिलेगी। एक्स-किरण विश्लेषण से प्राप्त आँकड़े ग्लूकोनाइट को व्यवस्थित, अव्यवस्थित, मिश्रित या अन्तस्तरीय प्रकृति तथा प्रसारी परतों की प्रतिशत मात्रा को भी समझने में सहायक रहते हैं। इस विषय पर प्रचुर साहित्य उपलब्ध है[14]।

ग्लूकोनाइट का रासायनिक विश्लेषण

ग्लूकोनाइट खनिज की प्रौढ़ता, उत्पत्ति पर्यावरण तथा इसके जनन में जैविक प्रक्रियाओं द्वारा किये गये योगदान को समझने में ग्लूकोनाइट का रासायनिक संघटन विशेष लाभदायक सिद्ध हो सकता है। इस खनिज में विद्यमान विषैले तथा अविषैले तत्वों की विद्यमानता के आधार पर जैविक योगदान को समझना सरल हो सकता है। इसके अतिरिक्त टेलर तथा वाइली[9] के मतानुसार असागरीय उत्पत्ति के ग्लूकोनाइट खनिज में Mg की मात्रा अधिक तथा Al की मात्रा सागरीय उत्पत्ति के ग्लूकोनाइट की तुलना में अत्यल्प होती है। इन रासायनिक विश्लेषण के आँकड़ों की सहायता से ग्लूकोनाइट में विद्यमान पोटैशियम तथा लैटिस में विद्यमान प्रसारी परतों के बीच के सम्बन्ध को भी समझने में सहायता मिलेगी। इसलिए ग्लूकोनइट के रासायनिक विश्लेषण हेतु एक्स आर एफ, माइक्रोप्रोव, मेसाबार तथा आई सी पी जैसी तकनीकों का प्रयोग अपेक्षित है।

ग्लूकोनाइट का जनक पदार्थ

ग्लूकोनाइट खनिज का जनन उचित भौतिक-रासायनिक पर्यावरण में भिन्न-भिन्न प्रकार के पदार्थों द्वारा हो सकता है जिनकी श्रेणी फोरामेनीफेरा के रिक्त चोलों से शैल खण्डों तक फैली है। खुले सागरीय जल में आयन-विनिमय प्रक्रिया तथा अतिविशिष्ट सूक्ष्म पर्यावरणीय परिस्थितियों में लौह तथा

पोटैशियम की प्रचुर उपलब्धि इन पदार्थों द्वारा ग्लूकोनाइट की उत्पत्ति में सहायक होते हैं। अतः ग्लूकोनाइट की उत्पत्ति को समझने के लिए इन जनक पदार्थों की पहचान भी आवश्यक है जिसके लिए हमेशा विशेष ध्यान रखना अपेक्षित है।

ग्लूकोनाइटधारी शैल

ग्लूकोनाइट खनिज के अतिरिक्त यह जिस शैल संस्तर में मिलता है उसका भी विस्तार में अध्ययन आवश्यक प्रतीत होता है। ग्लूकोनाइटधारी अवसादी शैलों में विद्यमान विभिन्न अभिलक्षणी अवसादी संरचनाओं, जीवाश्म तथा अन्य कार्बनिक अवशेषों, अपरदी तथा तत्रजनित घटकों की व्याख्या तथा शैलीभवन की विभिन्न प्रक्रियाओं के अतिरिक्त अवसादन बेसिन के विन्यास, गहराई, ताप, लवणता आक्सीजन की उपलब्धि, तली अवसादों में विद्यमान कार्बनिक पदार्थ, प्रक्षोभ, जनक पदार्थ तथा अवसादन दर इत्यादि कुछ ऐसे महत्वपूर्ण तथ्य हैं जिन पर भी प्रकाश डालना अति आवश्यक है क्योंकि ये तथ्य सीधे ग्लूकोनाइट की उत्पत्ति से सम्बन्धित हैं।

ग्लूकोनाइटधारी अवसादी शैलों की शैलीभवन अवस्थाओं पर विशेष ध्यान देने की आवश्यकता लगती है क्योंकि शैलीभवन के प्रभाव के कारण प्राचीन (प्रिकैम्ब्रियन) ग्लूकोनाइट के गठन तथा खनिज संरचना में पुन सन्तुलन, तत्वों के वितरण में परिवर्तन तथा स्थूल रूप से सम्पूर्ण रासायनिक अभिलक्षणों में परिवर्तन होना कोई अचरज की बात नहीं है। अतः प्राचीन ग्लूकोनाइटधारी अवसादों या ग्लूकोनाइट से सम्बन्धित किसी प्रकार के महत्वपूर्ण निष्कर्ष पर पहुँचने के पूर्व इन प्रभावों की प्रकृति तथा परिवर्तनों पर ध्यान देना अपेक्षित है।

ग्लूकोनाइट का रासायनिक अपरदन

रासायनिक अपरदन की प्रक्रियाओं द्वारा ग्लूकोनाइट का हेमाटाइट में परिवर्तन सम्भव है[31]। इन भूविदों ने क्षेत्रीय तथा प्रयोगात्मक अध्ययनों से यह सिद्ध किया है कि ग्लूकोनाइट-चेमोसाइट (मैघीमाइट)-हेमाटाइट परिवर्तन प्रक्रिया प्रकृति में हो रही है। अतः कुछ एक अवसादी लौह अयस्कों के निर्माण में इस प्रक्रिया की भूमिका पर शोध की प्रबल सम्भावनाएँ विद्यमान हैं। इसी प्रकार ग्लूकोनाइट की प्रकृति में रासायनिक अपरदन की प्रक्रियाओं का अध्ययन भी इस खनिज के मूल अभिलक्षणों तथा अन्य उपयोगों को समझने में सहायक हो सकते हैं।

ग्लूकोनाइट का अवसादी शैलों की आयु से सम्बन्धित प्रयोग

अन्तर्राष्ट्रीय स्तर पर ग्लूकोनाइट खनिज का प्रयोग अवसादी शैलों की आयु को ज्ञात करने में किया जा रहा है। इसके लिए K-Ar, Rb-Sr तथा FT विधियों का प्रयोग किया गया है जिस पर साहित्य उपलब्ध है[25]। इन सभी विधियों को अपनी-अपनी कुछ सीमाएँ हैं फिर भी ग्लूकोनाइट ही एक ऐसा खनिज है जिसका सीधा प्रयोग अवसादी शैलों की आयु को ज्ञात करने में किया जा सकता है। इसका प्रयोग 1×10^6 वर्ष से भी अधिक प्राचीन अवसादों की आयु को यहाँ तक कि प्रिकैम्ब्रियन काल

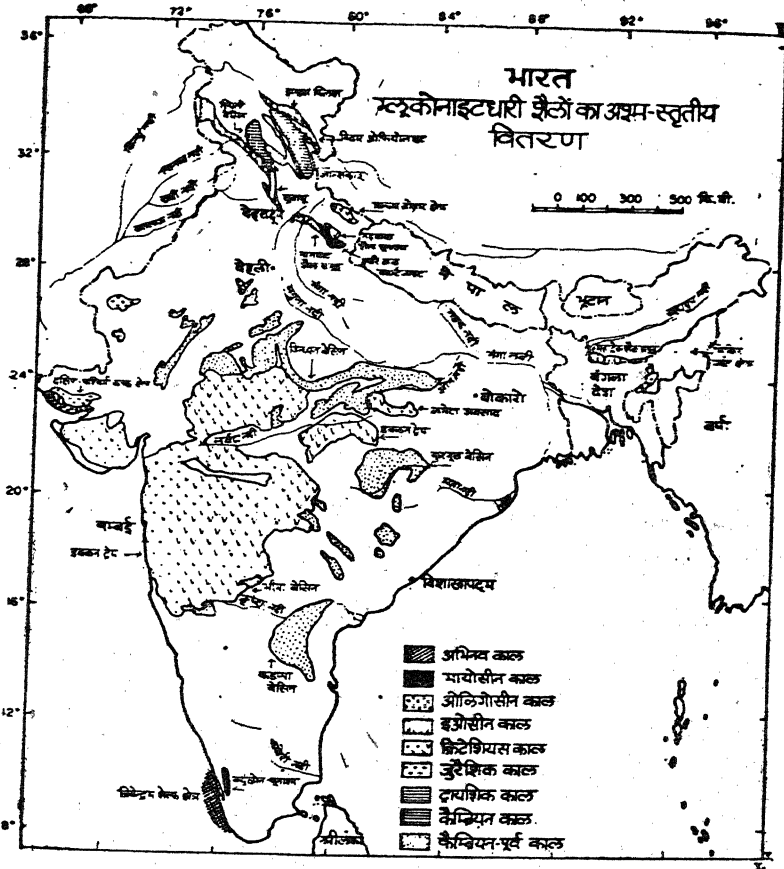
तक के, ज्ञात करने में किया गया है। विनोग्राडोव तथा तुगारीनोव[19] ने K-Ar विधि से सफलतापूर्वक सेमरी ग्लूकोनाइट (विन्ध्य परासंघ) की आयु 1045±40 मि० वर्ष ज्ञात किया है। इसी प्रकार FT विधि का, सफलतापूर्वक प्रयोग[17] भारतीय प्रायद्वीप के कुछ एक ग्लूकोनाइटी अवसादों की आयु को ज्ञात करने में किया है। इसके विपरीत Rb-Sr विधि अपनी कुछ सीमाओं के कारण विशेष उपयोगी सिद्ध नहीं हुई है। इस प्रकार हम यह पाते हैं कि भविष्य में ग्लूकोनाइट का प्रयोग अवसादी शैलों की आयु सम्बन्धी गवेषणाओं में भारतीय भूविदों द्वारा अपेक्षित है।

भारतीय उपमहाद्वीप में ग्लूकोनाइट खनिज के अभाव वाले भौमिकीय काल

जैसा कि उल्लेख किया जा चुका है कि भारतीय उपमहाद्वीप में आरडोविशियन, सैलूरियन, डिवोनियन, कार्बोनीफेरस एवं परमियन काल में ग्लूकोनाइट खनिज पूर्णतः अनुपस्थिति है या उसका विशेष अभाव है। यह एक महत्वपूर्ण तथ्य है जिसका उत्तर पैलियोजोइक युग के इन कालक्रमों में भारतीय उपमहाद्वीप की पुराभौगोलिक स्थिति तथा भूगतिक प्रक्रियाओं को समझने के पश्चात् ही दिया जा सकता है।

यहाँ पर उल्लेख करना आवश्यक प्रतीत होता है कि पैलियोजोइक युग के इन महत्वपूर्ण संस्तरों के विगोपन भारतीय प्रायद्वीप में प्राप्त नहीं होते। यद्यपि हिमालय क्षेत्र के कुछ स्थानों पर इस काल के शैल प्राप्त हुए हैं परन्तु सामान्यतः इनके विगोपन भारतवर्ष की भौगोलिक सीमा के बाहर तिब्बत या उत्तरी बर्मा में पड़ते हैं। सागरीय जीवाश्मधारी ये अवसादी शैल एक वृहद पट्टिका के रूप में हजारा-कश्मीर, स्पिती, गढ़वाल, कुमाऊँ तथा नेपाल में कुछ-एक स्थानों पर प्राप्त हुए हैं। सामान्यतः भारतीय प्रायद्वीप में विन्ध्य तथा उसके बाद के उपरि कार्बोनिफेरस काल के निक्षेपों के मध्य एक वृहद प्रांतराल विद्यमान हैं जिसका कारण विन्ध्य अवसादन के बाद के काल में भारतीय उपमहाद्वीप के इस अंचल में लगातार होने वाली पश्च पर्वतन की प्रक्रियाएँ रही हैं।

इसी बीच उपरिकार्बोनिफेरस से जुरैसिक काल के अन्त तक असागरीय प्रकृति का गोंड़वाना अवसादन भारतीय उपमहाद्वीप में चलता रहा है। मध्य कार्बोनिफेरस काल में हुई वृहद भूगतिक-हलचल "हरशिनियन" का भी प्रभाव विशेष रूप से भारत के उत्तरी अंचल पर पड़ा है। इस काल में कई स्थानों पर अवसादन प्रक्रिया में व्यवधान उत्पन्न हुए, सागर तथा द्वीपों की स्थितियों में परिवर्तन हुए जिसके परिणामस्वरूप भारतवर्ष के अधिकांश भागों में अवसादन की गति में आई रुकावट परमो-कार्बोनिफेरस के आधार में विद्यमान विषमविन्यास द्वारा परिलक्षित होती है। परमियन काल में उत्तर में स्थित अंगारा लैण्ड तथा दक्षिण में स्थिति गोंड़वाना लैण्ड के मध्य वृहद टेथिज सागर की उपस्थिति एक उल्लेखनीय पुराभौगोलिक अभिलक्षण रही है। इस काल में हुई विभिन्न विवर्तनिक तथा पश्चपर्वतन प्रक्रियाओं के कारण जलवायु पर विशेष प्रभाव पड़ा है जिसके कारण विभिन्न रासायनिक प्रक्रियाओं की प्रबलता क्षीण हुई प्रतीत होती है और यही कारण है कि सागरीय पर्यावरण (प्रतिक्रमण-अतिक्रमण) तथा अन्य भौगोलिक परिस्थितियों की उपस्थिति होने पर भी ग्लूकोनाइट का जनन इस काल में नहीं हो पाया है।

इसी प्रकार जुरैसिक काल में भी ग्लूकोनाइट का भारतीय उपमहाद्वीप में अभाव विचारणीय है। जुरैसिक काल में भारतीय उपमहाद्वीप में राजस्थान तथा कच्छ तथा पूर्वी तट पर हुए सागरीय अतिक्रमण विशेष उल्लेखनीय है जिनके कारण छिछले सागर में अवसादित शैलों के उत्तम निक्षेप प्राप्त होते हैं। जुरैसिक काल की पर्यावरणीय तथा पुराभौगोलिक स्थितियाँ ग्लूकोनाइट के जनन के लिए सर्वथा उचित रही हैं। अतः आशा है कि भविष्य में भारतीय उपमहाद्वीप के जुरैसिक शैलों में ग्लूकोनाइट की अन्य उपस्थितियों के विषय में महत्वपूर्ण जानकारी प्राप्त होगी।

चित्र 1

भौमिकीय तथ्यों की विवेचना में ग्लूकोनाइट

भारतीय भूविदों ने ग्लूकोनाइट की उपस्थिति तथा इसके विभिन्न अभिलक्षणी गुणों के आधार पर भौमिकीय तथ्यों की बहुत कम विवेचना की है। पुरापर्यावरण की विवेचना में इसका प्रयोग तो सामान्यतः किया गया है परन्तु स्तृतीय सहसम्बन्धन, विषमविन्यास की उपस्थिति, अश्म-विवर्तनिक तथा

अन्य पश्च-पर्वतन प्रक्रियाओं तथा पेट्रोलियम स्रोतों की खोज में ग्लूकोनाइट की उपयोगिता की प्रबल सम्भावनाएँ होते हुए भी इस दिशा में किये गये प्रयासों का अभाव है। इस दिशा में सार्थक प्रयत्न अपेक्षित हैं। लेखक द्वारा उपरि ताल क्वार्टजाइट तथा शैल चूनाश्म के मध्य विषमविन्यास की उपस्थिति[23] तथा हिमालय में मध्य क्रिटेशियस (आस्ट्रीयन) पश्चपर्वतन प्रक्रिया की पहचान[24, 29] ग्लूकोनाइट की विद्यमानता तथा उसके गुणों के आधार पर की गई है।

भारतीय उपमहाद्वीप के ग्लूकोनाइट खनिज का औद्योगिक उपयोग

ग्लूकोनाइट खनिज में औद्योगिक उपयोग की विलक्षण सम्भावनाएँ विद्यमान हैं परन्तु भारतवर्ष में इस दिशा में कोई भी सार्थक प्रयोग नहीं किया गया है। भारतीय उपमहाद्वीप में प्राप्त होने वाले ग्लूकोनाइटधारी शैलों में विन्ध्य परासंघ के ग्लूकोनाइटी बालुकाश्मों पर इस प्रकार के प्रयोग प्रारम्भ किये जा सकते हैं क्योंकि इनमें ग्लूकोनाइट की मात्रा अच्छी है। बालगोपाल तथा बनर्जी[13] ने विन्ध्य ग्लूकोनाइट के निम्नलिखित उपयोगों के लिए अपने सुझाव प्रस्तुत किये हैं :

(1) उचित उष्मीय उपचार के पश्चात् ग्लूकोनाइट का उपयोग एक उत्तम प्रकार के अवशोषी के रूप में किया जा सकता है।

(2) ग्लूकोनाइट के भंजक-आसवन से अतिशुद्ध सिलिका, पोटाश तथा लौह आक्साइट प्राप्त किया जा सकता है।

(3) ग्लूकोनाइट का प्रयोग एक सस्ते जल-उपचारक के रूप में हो सकता है।

इसी प्रकार बांदा जनपद के संग्रामपुर क्षेत्र के ग्लूकोनाइट निक्षेपों से पोटाश प्राप्त करने की प्रक्रिया को नौटियाल ने[12] आर्थिक रूप मे महत्वपूर्ण माना है।

ग्लूकोनाइट की औद्योगिक सम्भावनाओं को ध्यान में रखते हुए कुछ ऐसे प्रोजेक्ट बनाने की आज आवश्यकता है जिससे राष्ट्रीय विकास में इस खनिज की भूमिका सार्थक हो सके।

उपसंहार

भारतीय उपमहाद्वीप में ग्लूकोनाइट खनिज के भौगोलिक तथा अश्म-स्तृतीय वितरण, इसके विभिन्न गुणों, भूवैज्ञानिक तथ्यों की विवेचना में इसकी सार्थकता तथा इसके औद्योगिक उपयोग पर जो तथ्य प्रस्तुत किये गये हैं उनसे यह स्पष्ट होता है कि भारत में ग्लूकोनाइट खनिज पर शोध की प्रबल सम्भावनाएँ विद्यमान हैं। अतः इस दिशा में संयुक्त शोध प्रयासों के लिए नवीन तकनीकों तथा संकल्पनाओं की सहायता लेकर महत्वपूर्ण भूवैज्ञानिक तथ्यों तक पहुँचने में सहायता मिलेगी।

कृतज्ञता-ज्ञापन

डॉ० विक्रम चन्द्र ठाकुर, निदेशक, वाडिया हिमालय भूविज्ञान संस्थान, देहरादून के प्रति मैं अपना आभार व्यक्त करता हूँ, जिनके सहयोग तथा उत्साहवर्धन के फलस्वरूप यह शोध पत्र तैयार हो

सका है। साथ ही मैं प्रो० महराज नारायण महरोत्रा (वाराणसी), डॉ० ए० टी० बालगोपाल (सिन्दरी), डॉ० सम्पदा जोशी (पूना), डॉ० त्रिविक्रमजी (त्रिवेन्द्रम), डॉ० जे० एन० शर्मा (डिब्रूगढ़) तथा डॉ० टी० एन० बगाती (देहरादून) का विशेष रूप से आभारी हूँ जिनके शोध पत्रों से कुछ चित्र का उपयोग किया गया है। मैं डॉ० विनोद चन्द्र तिवारी, डॉ० त्रिलोचन सिंह तथा श्रीमती अनिता सैनीको धन्यवाद प्रेषित करता हूँ जिन्होंने इस शोध पत्र की तैयारी में समय-समय पर मुझे सहयोग प्रदान किया है।

निर्देश

1. इवरन्डिन, जे० एफ०, कुरटिस, जी० एच०, ओवराडोविच, जे० तथा किस्टलर, आर०, **जिओ-किम० कास्मोकिम० एक्टा**, 1961, **23**, 78-99.

2. ओडिन, जी० एस० तथा मैटर, ए०, **सेडीमेन्टालोजी**, 1981, **28**, 611-641.

3. काजाकोव, जी० ए०, **खोम० जिमनोई० कोरे० एकेड० नाउक० एस एस एस आर, ट्रो० जिओ० खोम० कोन्फ०**, 1964, **2**, 539-551.

4. कैम्पर, ई०, **जिओलोजिस्चे जहरवूच हिज्ट**, 1982, **65**, 679.

5. कुरटिस, जी० एच० तथा रेनोल्डस, जे० एस०, **जिआ० सोसा० अमे० बुले०**, 1958, **69**, 151, 160.

6. कोरमेर, आर० एफ०, **जिआ० सोसा० अमे० बुले०** 1956, **67**, 1812.

7. खड़गवाल, ए० डी०, **नेचर**, 1966, **211**, 615-616.

8. गोल्डमैन, एम० आई०, **जिआ० सोसा० अमे० बुले०** 1921, **32**, 25.

9. टेलर, एस० ए० तथा वाइली, एस० डब्लू०, **इकोना० जिओलो०**, 1966, **56**, 1033-1044.

10. ट्रिपलोहार्न, डी० एम०, **सेडीमेन्टालोजी**, 1966, **6**, 247-266.

11. ट्रिपलोहार्न, डी० एम०, **वर्ड आयल**, 1966, **162**, 94-97.

12. नौटियाल, ए० सी०, इन "ग्लूकोनाइट : फार्म एन्ड फंक्शन" 1986, 177-196.

13. बालगोपाल, ए० टी० तथा बनर्जी, एस० के०, इन **ग्लूकोनाइट : फार्म एण्ड फंक्शन**, (ऐडिटर आर० ए० के० श्रीवास्तव) टूडे एण्ड टूमारो पब्लिशर्स, नई दिल्ली, 1986, 27-40.

14. मैकरे, एस० जी०, **अर्थ साइंस रिव्यू**, 1972, **8**, 339-340.

15. मैकोंचो, डी० एम०, वार्ड, जे० बी०, मैकफैन, वी० एच० तथा लेविस, डी० डब्लू०, **क्लेज एण्ड क्ले मिनिरल्स**, 1979, **27**, 339-348.

16. मैकडोगल, आई०, डुन, पी० आर०, कम्पस्टन, डब्लू०, वेब, ए० डब्लू०, रिचार्ड्स, जे० आर० तथा वोर्फिगर, वी० एम०, जर० जिओ० सोसा०आस्ट्रे०, 1965, 12, 67-90.

17. राजगोपालन, जी० तथा श्रीवास्तव, ए० पी०, इन "ग्लूकोनाइट : फार्म एण्ड फंक्शन" (ऐडिटर आर० ए० के० श्रीवास्तव), टूडे एण्ड टूमारो पब्लिशर्स, नई दिल्ली, 1986, 143-150.

18. राव, सी० जी०, इन "ग्लूकोनाइट : फार्म एण्ड फंक्शन" (ऐडिटर : आर० ए० के० श्रीवास्तव) टूडे एण्ड टूमारो पब्लिशर्स, नई दिल्ली, 1986, 57-60.

19. विनोग्राडोव, ए० तथा तुगारीनोव, ए०, 22 इंटर जिआलोकाँग्रेस, 1964, नई दिल्ली

20. वरमुन्ड, ई० जी०, बुले० अमे० एसो० पेट्रो० जिओलोजिस्ट 1961 45, 1667-1696.

21. व्रूस्ट, जे० एफ०, बुले० अमे० एसो० पेट्रो० जिओलोजिस्ट, 1958, 42, 310-327.

22. श्रीवास्तव, आर० ए० के० एवं मेहरोत्रा, एम० एन०, मिर्जापुर एवं सीधी जिलों में सोनघाटी (पश्चिमांचल) के ग्लूकोनाइटी बालुकाश्म शैल समूह का अवसादिकीय अध्ययन, भूविज्ञान चयनिका, केन्द्रीय हिन्दी निदेशालय, 1981, 25-41.

23. श्रीवास्तव, आर० ए० के० तथा तिवारी, बी० सी०, इन : "ग्लूकोनाइट : फार्म एण्ड फंक्शन" (ऐडिटर आर० ए० के० श्रीवास्तव) टूडे एण्ड टूमारो पब्लिशर्स, नई दिल्ली, 1986, 93-116.

24. श्रीवास्तव, आर० ए० के० तथा बिरदी, एन० एस०, इन "ग्लूकोनाइट : फार्म एण्ड फंक्शन" (ऐडिटर आर० ए० के० श्रीवास्तव) टूडे एण्ड टूमारो पब्लिशर्स, नई दिल्ली, 1986, 165-176.

25. श्रीवास्तव, आर० ए० के०, इन "ग्लूकोनाइट : फार्म एण्ड फंक्शन" (ऐडिटर आर० ए० के० श्रीवास्तव) टूडे एण्ड टूमारो पब्लिशर्स, नई दिल्ली, 1986, 253-267.

26. श्रीवास्तव, आर० ए० के०, कान्फरेन्स वाल्यूम, गढ़वाल यूनिवर्सिटी, श्रीनगर, 1987, 64-67.

27. श्रीवास्तव, आर० ए० के०, जिओ साइंस जरनल, 1989, 10, 175-182.

28. श्रीवास्तव, आर० ए० के०, घोष, एस० के० तथा तिवारी, बी० सी० जनरल आफ दी जिओलोजिकल सोसायटी आफ इण्डिया, बंगलौर (प्रेस में)।

29. सिन्हा, ए० के० तथा श्रीवास्तव, आर० ए० के०, हिम० जिआ०, 1978, 8, 1042-1048.

30. सिन्हा, ए० के० तथा श्रीवास्तव, आर० ए० के०, इन "ग्लूकोनाइट : फार्म एण्ड फंक्शन" (ऐडिटर आर० ए० के० श्रीवास्तव) टूडे एण्ड टूमारो पब्लिशर्स, नई दिल्ली, 1686 209-250.

31. स्पोलजेरिक, एन० तथा क्राफोर्ड, डब्लू० एन०, एनविरानमेन्टल जिओलोजी 1970, **2**, 215-221.

32 स्पोलजेरिक, एन० तथा क्राफोर्ड, डब्लू० ए०, वही, 1979, **3**, 356-363.

33. स्पोलजेरिक, एन० तथा क्राफोर्ड, डब्लू० ए०, प्रोसी० 5 क्वार्टरिनियल आई ए जी ओ डी सिम्पोजियम, 1980, **II**, 581-590.

34. हरजोग, एल० एफ०, पीन्सन, डब्लू० एच० तथा कोरनायर, आर० एफ०, बुले० अमे० एसो० पेट्रो० जिआ०, 1958, **42**, 115-116.

35. हरले, पी० एम०, कोमायर, आर० एफ०, जे०, फेयरवाइन, एच० डब्लू० तथा पीन्सन, डब्लू० एच०, बुले० अमे० एसो० पेट्रो० जिआ०, 1960, **44**, 1793-1808.

36. हरले, पी० एम०, इन "पोटैशियम-आरगान डेटिंग (ऐडिटर ओ० ए० शाइफर एवं जे० जहरिंगर), स्प्रींगर, वर्लिन, 1966, 134-151.

लेखकों से निवेदन

1. विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका में वे ही अनुसन्धान लेख छापे जा सकेंगे, जो अन्यत्र न तो छपे हों और न आगे छापे जायँ। प्रत्येक लेखक से इस सहयोग की आशा की जाती है कि इसमें प्रकाशित लेखों का स्तर वही हो जो किसी राष्ट्र की वैज्ञानिक अनुसन्धान पत्रिका का होना चाहिये।

2. लेख नागरी लिपि और हिन्दी भाषा में पृष्ठ के एक ओर ही सुस्पष्ट अक्षरों में लिखे अथवा टाइप किये आने चाहिये तथा पंक्तियों के बीच में पार्श्व संशोधन के लिये उचित रिक्त स्थान होना चाहिए।

3. अंग्रेजी में भेजे गये लेखों के अनुवाद का भी कार्यालय में प्रबन्ध है। इस अनुवाद के लिये तीन रुपये प्रति मुद्रित पृष्ठ के हिसाब से पारिश्रमिक लेखक को देना होगा।

4. लेखों में साधारणतया यूरोपीय अक्षरों के साथ रोमन अंकों का व्यवहार भी किया जा सकेगा, जैसे $(K_4FeCN)_6$ अथवा $\alpha\beta_1\gamma^4$ इत्यादि। रेखाचित्रों या ग्राफों पर रोमन अंकों का भी प्रयोग हो सकता है।

5. ग्राफों और चित्रों में नागरी लिपि में दिये आदेशों के साथ यूरोपीय भाषा में भी आदेश दे देना अनुचित न होगा।

6. प्रत्येक लेख के साथ हिन्दी में और अँग्रेजी में एक संक्षिप्त सारांश (Summary) भी आना चाहिये। अंग्रेजी में दिया गया यह सारांश इतना स्पष्ट होना चाहिये कि विदेशी संक्षिप्तियों (Abstract) में इनसे सहायता ली जा सकेंगे।

7. प्रकाशनार्थ चित्र काली इंडिया स्याही से ब्रिस्टल बोर्ड कागज पर बने आने चाहिये। इस पर अंक और अक्षर पेन्सिल से लिखे होने चाहिये। जितने आकार का चित्र छापना है, उसके दूगुने आकार के चित्र तैयार होकर आने चाहिये। चित्रों को कार्यालय में भी आर्टिस्ट से तैयार कराया जा सकता है, पर उसका पारिश्रमिक लेखक को देना होगा। चौथाई मूल्य पर चित्रों के ब्लाक लेखकों के हाथ बेचे भी जा सकेंगे।

8. लेखों में निर्देश (Reference) लेख के अन्त में दिये जायँगे।
पहले व्यक्तियों के नाम, जर्नल का संक्षिप्त नाम, फिर वर्ष, फिर भाग (Volume) और अन्त में पृष्ठ संख्या। निम्न प्रकार से—

फॉवेल, आर० आर० और म्युलर, जे०, आइट फिजिक० केमि०, 1928, **150**, 80।

9. प्रत्येक लेख के 50 पुनर्मुद्रण (रिप्रिन्ट) मूल्य दिये जाने पर उपलब्ध हो सकेंगे।

10. लेख "सम्पादक, विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका, विज्ञान परिषद्, महर्षि दयानन्द मार्ग, इलाहाबाद-2" इस पते पर आने चाहिये। आलोचक की सम्मति प्राप्त करके लेख प्रकाशित किये जाएँगे।

प्रबंध सम्पादक

विषय-सूची

1. बहुचर A-फलन के लिए एक प्रसार सूत्र
   आर० के० सक्सेना तथा यशवन्त सिंह ... 197
2. गिरिडीह के लोगों में Rh-ve घटनाओं की गणना
   चतुर्भुज साहू ... 207
3. अवशिष्ट Cd×Pb अन्योन्य क्रिया का उपज तथा भारी धातुओं के अवशोषण पर प्रभाव
   शिवगोपाल मिश्र तथा प्रमोद कुमार शुक्ल ... 213
4. शुद्ध नाइट्रोजन में जोशी प्रभाव का अध्ययन : काल प्रभावन का प्रभाव
   जगदीश प्रसाद ... 221
5. जीवाणु द्वारा जल का प्रकाशअपघटनी विखण्डन
   कृष्ण बहादुर, एम० रंगनायकी तथा शैलजीत सिंह ... 227
6. बेसेल फलनों तथा जैकोबी बहुपदों वाले माइजर के G-फलन के द्वि-विमीय प्रसार का एक नवीन वर्ग
   एम० डी० बाजपेयी ... 233
7. 2-दूरीक समष्टि में संकुचनीय पुनरावृत्तिकधारी प्रतिचित्रणों के स्थिर बिन्दु
   विजयेन्द्र कुमार, सुचरिता रंगानाथन तथा श्यामलाल सिंह ... 237
8. बहुचर H-फलन के प्राचलों के प्रति समाकलन
   अशोक रोंधे ... 247
9. 2-दूरीक समष्टि पर एक सामान्य स्थिर बिन्दु प्रमेय
   एन० एस० सिमोनिया .. 255
10. दो चरों वाले H-फलन से युक्त एक द्विगुण समाकल
   बी० सी० नायर तथा एम० आर० प्रसन्नाकुमारी ... 259
11. गैसीय बॉयलर का संरक्षण : इसका रासायनिक उपचार
   मीणा भर्तिया तथा यू० एस० चतुर्वेदी ... 267

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 34, No. 4, 1991

बहुचर A-फलन के लिए एक प्रसार सूत्र

आर० के० सक्सेना तथा यशवन्त सिंह
गणित तथा सांख्यिकी विभाग,
जोधपुर विश्वविद्यालय, जोधपुर

[प्राप्त—जुलाई 4, 1990]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में बहुचर A-फलन तथा बेसेल फलनों वाले एक समाकल का मान ज्ञात किया गया है और इसका उपयोग इस A-फलन के लिए प्रसार सूत्र स्थापित करने में किया गया है।

Abstract

An expansion formula for multivariable A-function. *By* R. K. Saxena and Yashwant Singh, Department of Mathematics and Statistics, University of Jodhpur, Jodhpur (Raj.).

The authors evaluate an integral involving multivariable A-function and Bessel functions and use it in establishing an expansion formula for this A-function in terms of a series of product of A-function and Bessel function $J_v(x)$.

1. प्रस्तावना

गौतम, असगर तथा गोयल[1] द्वारा परिभाषित बहुचर A-फलन को निम्नवत् परिभाषित एवं अंकित किया जावेगा—

$$A[z_1, \ldots, z_r] = A^{m,n:M}_{p,q:N}\left[\begin{array}{c|c} z_1 & P_1 : P_2 \\ \vdots & \\ z_r & Q_1 : Q_2 \end{array}\right]$$

$$= \frac{1}{(2\pi w)^r} \int_{L_1} \cdots \int_{L_r} \theta_1(s_1) \ldots \theta_r(s_r) \phi(s_1, \ldots, s_r) z_1^{s_1} \ldots z_r^{s_r} \, ds_1 \ldots ds_r \tag{1.1}$$

यहाँ पर तथा पूरे प्रपत्र में (1.1) में प्रयुक्त संकेतों का निम्नलिखित अभिप्राय होगा :

$$M=m_1, n_1; \ldots ; m_r, n_r; \qquad N=p_1, q_1; \ldots ; p_r, q_r;$$

$$P_1=(a_j; A'_j, \ldots , A^{(r)}_j)_{1,p}; \qquad Q_1=(b_j; B'_j, \ldots , B^{(r)}_j)_{1,q};$$

$$P_2=(\alpha'_j, C'_j)_{1,p_1}; \ldots ; \quad (\alpha^{(r)}_j, C^{(r)}_j)_{1,p_r};$$

$$Q_2=(\beta'_j, D'_j)_{1,q_1}; \ldots ; \quad (\beta^{(r)}_j, D^{(r)}_j)_{1,q_r};$$

$$\omega=\sqrt{-1};$$

$$\theta_i(s_i)=\frac{\prod_{j=1}^{m_i}\Gamma\left(\beta_j^{(i)}-D_j^{(i)}s_i\right)\prod_{j=1}^{n_i}\Gamma\left(1-\alpha_j^{(i)}+C_j^{(i)}s_i\right)}{\prod_{j=m_i+1}^{q_i}\Gamma\left(1-\beta_j^{(i)}+D_j^{(i)}s_i\right)\prod_{j=n_i+1}^{p_i}\Gamma\left(\alpha_j^{(i)}-C_j^{(i)}s_i\right)} \tag{1.2}$$

$$\phi(s_1, \ldots , s_r)=\frac{\prod_{j=1}^{n}\Gamma\left(1-a_j+\sum_{i=1}^{r}A_j^{(i)}s_i\right)\prod_{j=1}^{m}\Gamma\left(b_j-\sum_{i=1}^{r}B_j^{(i)}s_i\right)}{\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma\left(a_j-\sum_{i=1}^{r}A_j^{(i)}s_i\right)\prod_{j=m+1}^{q}\Gamma\left(1-b_j+\sum_{i=1}^{r}B_j^{(i)}s_i\right)} \tag{1.3}$$

यहाँ

$m, n, p, q, m_j, n_j, p_j,$ एवं q_j अनृण संख्याएँ हैं तथा समस्त

a_j's, b_j's, $\alpha_j^{(i)}$'s, $\beta_j^{(i)}$'s सम्मिश्र संख्याएँ हैं।

यहाँ पर तथा आगे भी i का विचरण 1 से r तक होगा।

r-चरों के A-फलन को परिभाषित करने वाला बहुसमाकल परम अभिसारी होता है यदि

$$\xi_i^*=0, \eta_i>0 \text{ तथा } |\arg(\zeta_i)z_k|<\frac{\pi}{2}\eta_i$$

जहाँ

$$\zeta_1=\prod_{j=1}^{p}\left\{A_j^{(i)}\right\}^{A_j^{(i)}}\prod_{j=1}^{q}\left\{B_j^{(i)}\right\}^{-B_j^{(i)}}\prod_{j=1}^{q_i}\left\{D_j^{(i)}\right\}^{D_j^{(i)}}\prod_{j=1}^{p_i}\left\{C_j^{(i)}\right\}^{-C_j^{(i)}},$$

$$\xi_i^*=I_m\left[\sum_{j=1}^{p}A_j^{(i)}-\sum_{j=1}^{q}B_j^{(i)}+\sum_{j=1}^{q_i}D_j^{(i)}-\sum_{j=1}^{p_i}C_j^{(i)}\right],$$

$$\eta_i = Re\Big[\sum_{j=1}^{n} A_j^{(i)} - \sum_{j=n+1}^{p} A_j^{(i)} + \sum_{j=1}^{m} B_j^{(i)} - \sum_{j=m+1}^{q} B_j^{(i)} + \sum_{j=1}^{m_i} D_j^{(i)}$$

$$- \sum_{j=m_i+1}^{q_i} D_j^{(i)} + \sum_{j=1}^{n_i} C_j^{(i)} - \sum_{j=n_i+1}^{p_i} C_j^{(i)}\Big]$$

A-फलन के विस्तृत विवरण के लिए देखें गौतम, असगर तथा गोयल[1]।

2. समाकल

हमें जिस समाकल का मूल्यांकन करना है वह है

$$\int_0^\infty x^{-u} J_\mu(x) J_\nu(x) A^{m,\,n\,:\,M}_{p,\,q\,:\,N}\left[\begin{matrix} x^{2h_1} z_1 \\ \vdots \\ x^{2h_r} z_r \end{matrix}\middle|\begin{matrix} P_1 : P_2 \\ Q_1 : Q_2 \end{matrix}\right] dx$$

$$= 2^{-u} A^{m+1,\,n+1\,:\,M}_{p+4,\,q+1\,:\,N}\left[\begin{matrix} 2^{2h_1} z_1 \\ \vdots \\ 2^{2h_r} z_r \end{matrix}\middle|\begin{matrix} (R; h_1, \ldots, h_r) : P_1 \\ (u; 2h_1, \ldots, 2h_r) : Q_1 \end{matrix}\right.$$

$$\left.\begin{matrix} : (S, h_1, \ldots, h_r) : (T; h_1, \ldots, h_r); (U; h_1, \ldots, h_r) : P_2 \\ : Q_2 \end{matrix}\right] \qquad (2.)\,1$$

जहाँ

$$R = \frac{1-\mu-\nu+u}{2}; \; S = \frac{u+\mu+\nu+1}{2};$$

$$T = \frac{u-\mu+\nu+1}{2}; \; U = \frac{u+\mu-\nu+1}{2} \qquad (2.2)$$

समाकल (2.1) निम्नलिखित प्रतिबन्धों के अन्तर्गत वैध है—

(i) $$Re\left(\mu+\nu-u+2\sum_{i=1}^{r} h_i \frac{\beta_j^{(i)}}{D_j^{(i)}}\right) > -1; \quad j=1, \ldots, m_i$$

(ii) $$Re\left(2\sum_{i=1}^{r} h_i \frac{a_j^{(i)}-1}{C_j^{(i)}}-u\right)<-1; \qquad j=1,\ldots,n_i$$

(iii) $\Omega_i>0$, $|\arg z_i|<\frac{1}{2}\Omega_i\pi$

जहाँ

$$\Omega_i=-\sum_{j=n+1}^{p} A_j^{(i)}-\sum_{j=1}^{n_i} C_j^{(i)}-\sum_{j=n_i+1}^{p_i} C_j^{(i)}-\sum_{j=1}^{q} B_j^{(i)}+\sum_{j=1}^{m_i} D_i^{(i)}$$

$$-\sum_{j=m_i+1}^{q_i} D_j^{(i)} \tag{2.3}$$

उपपत्ति :

समाकल्य में बहुचर A-फलन को बहुगुण मेलिन-बार्नीज समाकल (1.1) के रूप में व्यक्त करने एवं समाकलनों के क्रम को परस्पर बदल देने पर, समाकल का रूपान्तर

$$\frac{1}{(2\pi w)^r}\int_{L_1}\cdots\int_{L_r}\theta_1(s_1)\ldots\theta_r(s_r)\phi(s_1,\ldots,s_r)z_1^{s_1}\ldots z_r^{s_r}$$

$$\cdot\left\{\int_0^\infty x^{-\left(u-2\sum_{i=1}^{r} h_i s_i\right)} J_\mu(x)J_v(x)dx\right\}ds_1\ldots ds_r$$

में हो जाता है। यदि हम आन्तरिक समाकल का मान सूत्र [2, p. 342, (24)], द्वारा निकालें तथा परिणाम की व्याख्या (1.1) द्वारा करें तो हमें परिणाम (2.1) प्राप्त होता है।

3. प्रसार सूत्र

यहाँ हमें जिस प्रसार सूत्र की स्थापना करनी है वह है—

$$x^{-u}J_\mu(x)\, A_{p,\,q:N}^{m,\,n:M}\left[\begin{matrix}x^{2h_1}z_1\\ \vdots\\ x^{2h_r}z_r\end{matrix}\middle|\begin{matrix}P_1 : P_2\\ Q_1 : Q_2\end{matrix}\right]$$

$$=2^{-u}\sum_{s=0}^{\infty} k\, J_k(x)\, A_{p+4,\,q+1:N}^{m+1,\,n+1:M}\left[\begin{matrix}2^{2h_1}z_1\\ \vdots\\ 2^{2h_r}z_r\end{matrix}\middle|\begin{matrix}\left(\frac{2-k-\mu+u}{2};h_1,\ldots,h_r\right)\\ (1+u;2h_1,\ldots,2h_r)\end{matrix}\right]$$

$$: P_1 : \left(\frac{2+k+\mu+u}{2}; h_1, \ldots, h_r\right) : \left(\frac{2+k-\mu+u}{2}; h_1, \ldots, h_r\right)$$

$$: Q_1$$

$$\left.\begin{matrix} : \left(\frac{2-k+\mu+u}{2} : h_1, \ldots, h_r\right) : P_2 \\ : Q_2 \end{matrix}\right] \quad (3.1)$$

जहाँ

$h_1, \ldots, h_r$ धन संख्याएँ हैं तथा $k=u+2s+1$;

$$Re\left(\mu+\nu-u+2 \sum_{i=1}^{r} h_i \frac{\beta_j^{(i)}}{D_j^{(i)}}\right)>-1;\ j=1, \ldots, m_i;$$

$\Omega_i>0$; $|\arg z_i|<\frac{1}{2}\Omega_i\pi$

जहाँ Ω_i को (2.3) द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

$m, n, p, q, m_i, n_i, p_i$ एवं q_i ऐसी अनृण पूर्ण संख्याएँ हैं कि $0\leqslant m_i\leqslant q_i$, $0\leqslant n_i\leqslant p_i$, $0\leqslant m\leqslant q$, $0\leqslant n\leqslant p$.

उपपत्ति :

माना कि

$$f(x)=x^{-u}J_\mu(x)\ A\left[\begin{matrix} x^{2h_1}z_1 \\ \vdots \\ x^{2h_r}z_r \end{matrix}\left|\begin{matrix} P_1 : P_2 \\ Q_1 : Q_2 \end{matrix}\right.\right]$$

$$= \sum_{s=0}^{\infty} C_s J_{\mu+2s+1}(x) \quad (3.2)$$

उपर्युक्त समीकरण वैध है क्योंकि $f(x)$ संतत है और विवृत अन्तराल $(0,\infty)$ में, जब $u\geqslant 0$, बद्ध विचरण वाला है।

यदि हम (3.2) के दोनों पक्षों में $x^{-1}J_{u+2t+1}(x)$ से गुणा करें और x के प्रति 0 से ∞ तक समाकलन करें तो